

Übungsaufgaben zur Mathematik

Funktionen

1. Skizzieren Sie $f(x) =$

- (a) $2x - 3$ (c) $(x - 3)^2 - 2$ (e) $(1 - 2x)^{-1}$
 (b) $\sqrt{2 - x}$ (d) $|x - 1|$ (f) $|x| \cdot x^2 - x^3$

2. Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - 2)(x - 1)^2(x - 4)^2}{(x - 1)(x - 2)^2(x - 3)}$ für $a = 0, 1, 2, 3, 4$.

3. Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$, so daß die Funktion f in \mathbb{R} stetig ist:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & , x \leq 1 \\ ax - x^3 & , 1 < x \leq 2 \\ b(x^2 - x) & , 2 < x \end{cases}$$

4. Bestimmen Sie die Umkehrfunktion auf $x > 0$ von $f(x) =$

- (a) $3x^2 + x$ (b) $(x^2 + 1)^{-1}$ (c) $\sqrt[3]{x^2 + x}$ (d) $\frac{1}{x} - 2x$

5. Bestimmen Sie das Polynom kleinsten Grades durch die Punkte $(0, -1)$, $(1, \alpha)$ und $(2, 2)$ (mit $\alpha \in \mathbb{R}$).

6. Sei $f(x) = x^2 + 3x + 2$. Bestimmen Sie die Schnittpunkte von f mit der x - und y -Achse und der Geraden $g(x) = 3x + 4$.

7. Bestimmen Sie die Nullstellen von $p(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$.

8. Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$ mit $\frac{2x + 3}{x^2 - 1} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 1}$

9. Sei $r(x) = \frac{x^4 - 7x^2 + 3x - 1}{x^2 + x + 1}$. Bestimmen Sie die Asymptote von $r(x)$.

10. Skizzieren Sie die Funktionen $f(x) =$

- (a) $2 \sin\left(\frac{x}{3} - 1\right)$ (b) $\tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ (c) $\arcsin\left(\frac{x}{4}\right)$

11. Zeigen Sie: Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $1 - 8 \sin^2(x) + 8 \sin^4(x) = \cos(4x)$

12. Für welche $x \in [0, 3\pi]$ gilt: (a) $3 \cos(x) = 2 \sin^2(x)$ (b) $\cot(4x) + 4 \tan(4x) = 4$

13. Bestimmen Sie auf geeigneten Bereichen die Umkehrfunktion von $f(x) =$

- (a) $\arctan(\ln(\sqrt{x^3 + 1}))$ (c) $\exp\left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1}\right)$
 (b) $\sqrt{\ln(e^x + e^{-x}) + 1}$ (d) $\arcsin\left(\frac{x}{4}\right)$