FH Gießen-Friedberg, Wintersemester 2009/2010 — Übungsblatt 4
Mathematik 3 für KMUB (BMT) — 17. Dezember 2009
Prof. Dr. Hans-Rudolf Metz

# Ebene und räumliche Kurven, totales Differential

**Aufgabe 1.**
Die folgenden Kurven sollen eine ebene und eine räumliche Bewegung eines Massenpunktes beschreiben. Berechnen Sie jeweils den Geschwindigkeits- und den Beschleunigungsvektor.

a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 5t^2 \\ 2e^{-0{,}5t} \end{pmatrix}$ b) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2\sin(3t) \\ \cos(3t) \\ t^4 - 5t \end{pmatrix}$

**Aufgabe 2.**
Eine Gerade gehe durch den Punkt $(2\,|\,3)$ und habe die Steigung $m = 2$. Beschreiben Sie die Kurve durch einen parameterabhängigen Ortsvektor. Berechnen Sie den Tangenteneinheitsvektor $\vec{T}$. Zeichnen Sie eine Skizze mit der Geraden und mit $\vec{T}$.

**Aufgabe 3.**
Die Normalparabel $y = x^2$ wird im Intervall $-1 \le x \le 1$ betrachtet.
a) Beschreiben Sie den Graph durch einen parameterabhängigen Ortsvektor.
b) Berechnen Sie den Tangentenvektor $\dot{\vec{r}}$ und den Tangenteneinheitsvektor $\vec{T}$.
c) Berechnen Sie $\dot{\vec{T}}$.
d) Berechnen Sie $\vec{T}$ und $\dot{\vec{T}}$ für die Parabelpunkte $(0\,|\,0)$ und $(1\,|\,1)$. Wie verhalten sich die Vektoren zur Kurve? (Skizze zeichnen.)

**Aufgabe 4.**
Berechnen Sie das totale Differential zu den folgenden Funktionen.

a) $w = f(x, y) = \dfrac{xy}{1 + x^2}$ b) $w = f(x, y, z) = x^2 y - y\sin(3z)$

**Aufgabe 5.**
Die folgende Funktion $w = w(x, y, z)$ sei gegeben.

$$w = 3\sin(xy) - 4z^3$$

a) Geben Sie das totale Differential an.

Es sei ferner $x = x(t) = 3t$ sowie $y = y(t) = t^2$ und $z = z(t) = \cos(t)$.

b) Berechnen Sie $dw/dt$ mit der Kettenregel.

c) Berechnen Sie $dw/dt$ mit Substitution.