

## Doppelintegrale, Dreifachintegrale

### Aufgabe 1.

Eine ebene Fläche sei in Polarkoordinaten gegeben durch alle Punkte mit  $0 \leq \varphi \leq \pi$  und  $1 \leq r \leq 2 - \varphi/\pi$ . Zeichnen Sie eine Skizze, und berechnen Sie dann den Flächeninhalt mit Hilfe eines Doppelintegrals.

### Aufgabe 2.

Eine ebene Fläche im ersten Quadranten des Koordinatensystems sei in Polarkoordinaten durch alle Punkte mit  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$  und  $0 \leq r \leq \varphi(\pi/2 - \varphi)$  gegeben. Zeichnen Sie eine Skizze, und berechnen Sie dann den Flächeninhalt mit Hilfe eines Doppelintegrals.

### Aufgabe 3.

Berechnen Sie das Dreifachintegral

$$\int_{x=0}^1 \int_{y=0}^{\pi} \int_{z=1}^e \frac{x}{z} \cos(xy) dz dy dx.$$

### Aufgabe 4.

Ein zur  $z$ -Achse symmetrischer Rotationsparaboloid sei durch  $ar^2 \leq z \leq b$  gegeben. Der Körper soll homogen sein, seine Dichte kann als  $\delta = 1$  angenommen werden. Wie groß ist das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich Rotation um die  $z$ -Achse?