Aufgabe 1

Eine Folge von 10 Bits wird zufällig erzeugt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens eines dieser Bits 0 ist?

Aufgabe 2

Eine ganze Zahl wird zufällig aus der Menge der positiven ganzen Zahlen, die nicht größer als 100 sind, ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie durch 2 oder durch 5 teilbar?

Aufgabe 3

Ein Bitstring der Länge vier wird zufällig erzeugt, so daß jeder der 16 möglichen Strings gleichwahrscheinlich ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Bitstring mindestens zwei aufeinanderfolgende 0en enthält, unter der Voraussetzung, daß sein erstes Bit eine 0 ist.

Aufgabe 4

Bei zwei Ereignissen A und B kann mit der Summenregel

$$\Pr\{A \cup B\} = \Pr\{A\} + \Pr\{B\}, \qquad \text{falls } A \cap B = \emptyset$$

die Wahrscheinlichkeit $\Pr\{A \cup B\}$, daß A oder B eintritt, berechnet werden, falls die Ereignisse A und B sich gegenseitig ausschließen. Wenn A und B sich nicht ausschließen, benötigt man die Wahrscheinlichkeit $\Pr\{A \cap B\}$, daß A und B eintreten, um mit Einschließung-Ausschließung

$$\Pr\{A \cup B\} = \Pr\{A\} + \Pr\{B\} - \Pr\{A \cap B\}$$

die Wahrscheinlichkeit $\Pr\{A \cup B\}$ berechnen zu können.

(a) Warum reicht es bei drei Ereignisse A, B und C nicht aus,

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$

zu fordern, um die Summenregel für drei Ereignisse anwenden zu können? Veranschaulichen Sie die Situation graphisch.

Copyright © 2006, Prof. Dr. H.-R. Metz. All rights reserved.

(b) Leiten Sie die Formel zur Einschließung-Ausschließung bei drei Ereignissen her. Hinweis: Eine Veranschaulichung ist noch keine Herleitung! Verwenden Sie zur Herleitung die Formel für zwei Ereignisse.

Aufgabe 5

Smith und Wesson schießen auf ein Ziel. Angenommen, die Chancen von Smith das Ziel zu treffen sind doppelt so groß wie die seines Freundes Wesson, und die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens einer von beiden trifft, ist 1/2. Ob einer von beiden das Ziel trifft oder nicht, hat keinen Einfluß auf die Wahrscheinlichkeit, daß der andere treffen wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Wesson das Ziel trifft?

(Quelle: MIT, Open Course Ware, Mathematics for Computer Science)

Aufgabe 6

Inspector Lestrade is waiting for Holmes and Watson, who are driving (separately) to meet him. It is a winter day, which means that the roads have a 70% chance of being icy. Lestrade's secretary informs him that Watson has had a car accident. Lestrade figures that each driver has an 80% chance of an accident if the roads are icy, and a 10% chance of an accident if they are not. Given that the roads are icy, the event that Watson has an accident is independent of the event that Holmes has an accident. Given that the roads are not icy, these events are again independent.

(a) "Probably the roads are icy", Lestrade says. What is the actual probability that the roads are icy, given that Watson had an accident?

(b) "Therefore, Holmes will probably crash as well, and so I can go to lunch", he reasons. What is the probability that Holmes has an accident, given that Watson did?

(c) "If you look out your window, Inspector, you'll find that the roads are not icy at all", says his secretary. What is the probability that Holmes has an accident, given that Watson did, but the roads are not icy?

(Quelle: MIT, Mathematics for Computer Science, Spring 2003.)