

Komplexe Zahlen: cartesische Darstellung

Aufgabe 1.

Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 3 + 5i - (2 + 7i) + 4 - i & \text{b) } (2 + 3i)(4 + 5i) & \text{c) } 7i(5 + 2i) \\ \text{d) } (3 - 2i)5i & \text{e) } (4 + 3i)(2 - 5i) & \text{f) } (4 + 3i)^2 & \text{g) } (6 - 5i)^2 \\ \text{h) } \frac{9 + 7i}{1 + 3i} & \text{i) } \frac{5i}{1 + 2i} & \text{j) } \frac{7 + 9i}{2 - 3i} & \text{k) } \frac{14 + 6i}{2i} & \text{l) } \frac{6 - 15i}{-3i} \end{array}$$

Aufgabe 2.

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 3 - 2j$ und $z_2 = 4 + 2j$. Berechnen Sie

$$z_3 = z_1 \cdot z_2, \quad \operatorname{Re}(z_3), \quad \operatorname{Im}(z_3), \quad z_3^*, \quad |z_3|$$

und

$$z_4 = \frac{z_1}{z_2}, \quad \operatorname{Re}(z_4), \quad \operatorname{Im}(z_4), \quad z_4^*, \quad |z_4|.$$

Aufgabe 3.

Berechnen Sie jeweils den Realteil und den Imaginärteil der folgenden Zahlen:

$$(1 - j)^2, \quad (1 + j)^2, \quad \frac{1}{1 - j}, \quad \frac{1 + j}{j}, \quad \frac{j}{1 + j}, \quad \frac{1 + j}{1 - j}.$$

Aufgabe 4.

Gegeben sind $z_1 = 7 - 4j$, $z_2 = 10 - 2j$ und $z_3 = -1 + j$. Berechnen Sie

$$z_4 = \frac{z_1 + z_2^* \cdot j^2}{3z_3^*}$$

sowie $\operatorname{Re}(z_4)$, $\operatorname{Im}(z_4)$, z_4^* , $|z_4|$.

Aufgabe 5.

Für welche reellen Zahlen a und b gilt

$$(a + 2j) \cdot (1 + bj) = (5 - 3j)^2 \quad ?$$

Aufgabe 6.

Folgende Ausdrücke sind zu berechnen:

$$\text{a) } \frac{17 - 6j}{3 - 4j}, \quad \text{b) } \frac{1 + 3j}{1 - j}, \quad \text{c) } \frac{5}{1 - 2j}, \quad \text{d) } \frac{(3 + j)^2}{2 - j}, \quad \text{e) } \frac{2 + 3j}{4 - j} + \frac{2 - 3j}{1 + 4j}.$$