

Reihen: Fourierreihen

Aufgabe 1.

Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei 2π -periodisch mit

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \in [0, \pi), \\ 2\pi - x & \text{für } x \in [\pi, 2\pi). \end{cases}$$

1. Skizzieren Sie die Funktion. Ist sie gerade, ungerade oder weder gerade noch ungerade? Was folgt daraus für die Fourier-Reihe der Funktion?
2. Stellen Sie die Funktion f als Fourier-Reihe in der Form

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

dar. (Die Darstellung vereinfacht sich, falls f gerade oder ungerade ist.)

3. Zeichnen Sie das Amplitudenspektrum.

Aufgabe 2.

Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei 2π -periodisch mit

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \in [0, \pi), \\ 0 & \text{für } x \in [\pi, 2\pi). \end{cases}$$

1. Skizzieren Sie die Funktion. Ist sie gerade, ungerade oder weder gerade noch ungerade? Was folgt daraus für die Fourier-Reihe der Funktion?
2. Stellen Sie die Funktion f als Fourier-Reihe in der Form

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$

dar.

3. Berechnen Sie die Amplituden A_n aus der Spektraldarstellung der Fourier-Reihe

$$f(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(nx - \phi_n),$$

und zeichnen Sie das Amplitudenspektrum.

Aufgabe 3.

Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei gleich dem Betrag der Sinusfunktion, d.h. es gelte $f(x) = |\sin(x)|$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Fourier-Reihe von f .