FH Gießen-Friedberg
Fachbereich MNI
Prof. Dr. H.-R. Metz

Formelblatt zur Schlußklausur
Mathematik 2 für KMUB

Reihen

1. Gaußsche Summenformel:
$$\sum_{n=1}^{m} n = \frac{m(m+1)}{2}\,.$$

2. Geometrische Reihe:
$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \qquad \text{für} \qquad |q| < 1.$$

3. Endliche geometrische Reihe:
$$\sum_{n=0}^{m} q^n = \frac{1-q^{m+1}}{1-q}\,.$$

4. Taylorreihe der Funktion $f = f(x)$ mit Entwicklungspunkt $x = 0$:
$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}\, x^n.$$

5. Taylorreihe der Funktion $f = f(x)$ mit Entwicklungspunkt $x = x_0$:
$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\, (x-x_0)^n.$$

6. Fourierreihe der 2π-periodischen Funktion $f = f(x)$:
$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$
$$\text{mit} \qquad a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos(nx)\,dx \quad (n = 0,\, 1,\, 2,\, \ldots)$$
$$\text{und} \qquad b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(nx)\,dx \quad (n = 1,\, 2,\, 3,\, \ldots).$$

7. Fourierreihe der T-periodischen Funktion $f = f(t)$ mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi/T$:
$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\omega n t) + b_n \sin(\omega n t))$$
$$\text{mit} \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_0^{T} f(t)\cos(\omega n t)\,dt \quad (n = 0,\, 1,\, 2,\, \ldots)$$
$$\text{und} \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_0^{T} f(t)\sin(\omega n t)\,dt \quad (n = 1,\, 2,\, 3,\, \ldots).$$

Laplace-Transformation

1. Laplace-Integral:
$$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt.$$

2. Korrespondenzen:
$$1 \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{1}{s}, \qquad t \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{1}{s^2}, \qquad t^n \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{n!}{s^{n+1}},$$
$$e^{at} \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{1}{s-a}, \quad \sin(\omega t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{\omega}{s^2+\omega^2}, \quad \cos(\omega t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad \frac{s}{s^2+\omega^2}.$$

3. Linearitätssatz:
$$\mathcal{L}\{k \cdot f(t)\} = k \cdot \mathcal{L}\{f(t)\} \quad \text{und} \quad \mathcal{L}\{f(t)+g(t)\} = \mathcal{L}\{f(t)\} + \mathcal{L}\{g(t)\}.$$

4. Differentiationssatz:
$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f'(t)\} &= s \cdot \mathcal{L}\{f(t)\} - f(0), \\ \mathcal{L}\{f''(t)\} &= s^2 \cdot \mathcal{L}\{f(t)\} - sf(0) - f'(0), \\ \mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} &= s^n \cdot \mathcal{L}\{f(t)\} - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f'(0) - \ldots - f^{(n-1)}(0). \end{aligned}$$

5. Ähnlichkeitssatz: Ist $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, so gilt für $a > 0$
$$\mathcal{L}\{f(at)\} = \frac{1}{a} \cdot F\left(\frac{s}{a}\right).$$

6. Verschiebungssatz: Ist $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, so gilt für $t_0 > 0$
$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f(t-t_0)\} &= e^{-st_0} \cdot F(s), \\ \mathcal{L}\{f(t+t_0)\} &= e^{st_0} \cdot \left[F(s) - \int_0^{t_0} f(t)e^{-st}\,dt\right]. \end{aligned}$$

7. Dämpfungssatz: Ist $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, so gilt
$$\mathcal{L}\{e^{-\delta t}f(t)\} = F(s+\delta).$$

8. Faltungssatz: Es sei $F_1(s) \bullet\!\!-\!\!\circ f_1(t)$ und $F_2(s) \bullet\!\!-\!\!\circ f_2(t)$. Dann gilt
$$F_1(s) \cdot F_2(s) \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad \int_0^t f_1(u) \cdot f_2(t-u)\,du.$$