

Differentialgleichungen

Homogene lineare Dgl. 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

- Einleitende Beispiele.
- Definition

Eine Differentialgleichung vom Typ

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = g(x)$$

mit konstanten reellen Koeffizienten a_0 , a_1 und a_2 heißt **lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten**.

Die Funktion g wird **Störfunktion** genannt. Ist $g \equiv 0$, so heißt die Differentialgleichung **homogen**, sonst **inhomogen**.

- Anmerkung: y , y' und y'' dürfen nur in der 1. Potenz und nicht miteinander multipliziert vorkommen.
- Beispiele
- Satz

Für eine homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten gilt:

1. Ist $y_1(x)$ eine Lösung, dann ist auch $y(x) = C \cdot y_1(x)$ mit einer reellen Konstanten C eine Lösung.
2. Sind $y_1(x)$ und $y_2(x)$ Lösungen, dann ist auch die Linearkombination $y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$ mit den reellen Konstanten C_1 und C_2 eine Lösung.
3. Ist $y(x) = u(x) + iv(x)$ eine komplexwertige Lösung, dann sind $u(x)$ und $v(x)$ reelle Lösungen.

- Beweis
- Problem: Gesucht ist die allgemeine Lösung von $a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$.
- Lösungsidee: **Exponentialansatz**. Dieser liefert das *charakteristische Polynom*. Die Berechnung der Nullstellen führt auf drei Fälle von Lösungen.