

## Differentialgleichungen 3

### Homogene lineare Dgl. 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

- Einleitende Beispiele.
- Definition

Eine Differentialgleichung vom Typ

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = g(x)$$

mit konstanten reellen Koeffizienten  $a_0$ ,  $a_1$  und  $a_2$  heißt **lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten**.

Die Funktion  $g$  wird **Störfunktion** genannt. Ist  $g \equiv 0$ , so heißt die Differentialgleichung **homogen**, sonst **inhomogen**.

- Anmerkung:  $y$ ,  $y'$  und  $y''$  dürfen nur in der 1. Potenz und nicht miteinander multipliziert vorkommen.
- Beispiele
- Satz

Für eine homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten gilt:

- Ist  $y_1(x)$  eine Lösung, dann ist auch  $y(x) = C \cdot y_1(x)$  mit einer reellen Konstanten  $C$  eine Lösung.
- Sind  $y_1(x)$  und  $y_2(x)$  Lösungen, dann ist auch die Linearkombination  $y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$  mit den reellen Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  eine Lösung.
- Ist  $y(x) = u(x) + iv(x)$  eine komplexwertige Lösung, dann sind  $u(x)$  und  $v(x)$  reelle Lösungen.

- Beweis
- Problem: Gesucht ist die allgemeine Lösung von  $a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$ .
- Lösungsidee: **Exponentialansatz**. Dieser liefert das *charakteristische Polynom*. Die Berechnung der Nullstellen führt auf drei Fälle von Lösungen.