## Differentialgleichungen, Folgen und Reihen

Name: Matrikelnr.:

Gesamtpunktzahl: 10

Erreichte Punktzahl:

1. (1,5 Punkte) Die Anfangswertaufgabe

$$y''' = \sin(5x - 2) + \sqrt{y' - y}$$
,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -4$   $y''(0) = 7$ 

soll in ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung mit den entsprechenden Anfangsbedingungen umgeschrieben werden.

2. (1,5 Punkte) Eine Zahlenfolge  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  sei durch die Vorschrift  $a_1=1, a_2=2, a_3=3$  und  $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}$  (für n>3) definiert. Geben Sie  $a_4, a_5, a_6$  und  $a_7$  an.

$$a_4 = a_5 =$$

$$a_6 = a_7 =$$

3. (2 Punkte) Zu einer geometrischen Folge sind die Glieder  $a_2 = 12$  und  $a_4 = 27$  gegeben. Gesucht sind  $a_1$ ,  $a_3$  und  $a_5$ .

$$a_1 = a_3 = a_5 =$$

4. (1,5 Punkte) Berechnen Sie die Grenzwerte der Reihen

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}.$$

5. (1,5 Punkte) Berechnen Sie zu der Funktion  $f(x)=e^{-x}$  die ersten drei nichtverschwindenden Glieder der Taylorreihenentwicklung um  $x_0=0$ .

6. (2 Punkte) Berechnen Sie zu der Funktion  $f(x) = \sin(x)$  die ersten drei nichtverschwindenden Glieder der Taylorreihenentwicklung um  $x_0 = \pi/2$ .