KMUB 2 Vorklausur 26.6.2003

Differentialgleichungen, Folgen und Reihen

Name: Matrikelnr.:

Gesamtpunktzahl: 10 Erreichte Punktzahl:

---

1. (2 Punkte) Die Anfangswertaufgabe

$$y'' = \sqrt[3]{y^2 - 5y' \sin(x)}\,, \qquad y(0) = 6, \qquad y'(0) = 13$$

soll in ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung mit den entsprechenden Anfangsbedingungen umgeschrieben werden.

2. (2 Punkte) Zu einer arithmetischen Folge sind die Glieder $a_2 = 18$ und $a_4 = 42$ gegeben. Gesucht sind a_1 und a_6.

Zu einer geometrischen Folge sind die Glieder $b_k = 96$ und $b_{k+1} = 48$ gegeben und b_{k-1} sowie b_{k+3} gesucht.

arithmetische Folge: $a_1 =$

arithmetische Folge: $a_6 =$

geometrische Folge: $b_{k-1} =$

geometrische Folge: $b_{k+3} =$

3. (2 Punkte) Berechnen Sie den Grenzwert der Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k-1}}{5^k}\,.$$

Das Ergebnis soll als gekürzter Bruch geschrieben werden.
(Hinweis: $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1/(1-q)$ für $|q| < 1$.)

4. (2 Punkte) Die homogene Differentialgleichung $y'' + 8y' - 9y = 0$ hat die Lösung $y_h = C_1 e^{-9x} + C_2 e^x$. Berechnen Sie die vollständige Lösung der inhomogenen Differentialgleichung

$$y'' + 8y' - 9y = -81x.$$

5. (2 Punkte) Berechnen Sie zu der Funktion $f(x) = 1/(1+x)$ die ersten drei nichtverschwindenden Glieder der Taylorreihenentwicklung um $x_0 = 1$.
(Hinweis: Zu einer Funktion f ist die Taylorreihe mit Entwicklungspunkt x_0 durch $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$ gegeben.)