# Grundlagen der Integralrechnung

## Integration durch Substitution

- Satz (***Integration durch Substitution***)

  Die Funktion $z = g(x)$ sei stetig differenzierbar auf $[a, b]$, und $y = f(z)$ sei stetig im Wertebereich von $g$. Es gilt:

  $$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x)\, dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(z)\, dz = F(z)\Big|_{g(a)}^{g(b)} = F(g(x))\Big|_a^b .$$

  Hierbei bezeichnet $F$ eine Stammfunktion von $f$.

- Beweis

- Beispiele

- Satz (einige Spezialfälle)

  Unter den offensichtlichen Voraussetzungen bezüglich der Integrierbarkeit von $f$ und $f'$ gilt:

  1. Substitution linearer Funktionen,

     $$\int_a^b f(mx + k)\, dx = \frac{1}{m} \int_{ma+k}^{mb+k} f(z)\, dz,$$

  2. Integrand $f \cdot f'$,

     $$\int_a^b f(x) \cdot f'(x)\, dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big|_a^b ,$$

  3. Integrand $f'/f$,

     $$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)}\, dx = \ln|f(x)| \Big|_a^b .$$

- Beweis

- Beispiele

Copyright © 2010, 2011 Prof. Dr. Hans-Rudolf Metz. All rights reserved.