

Integralrechnung

Aufgabe 1.

Berechnen Sie die folgenden Integrale. Haben die Integranden eine spezielle Gestalt, durch die sich die Integration vereinfacht?

a) $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$ b) $\int \frac{\cos(\omega t)}{\sin(\omega t)} dt$ c) $\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$

Aufgabe 2.

Überprüfen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergent sind, und berechnen Sie gegebenenfalls deren Wert.

a) $\int_0^\infty e^{-x} dx$ b) $\int_0^\infty x e^{-x} dx$ c) $\int_0^9 \frac{1}{x^2} dx$ d) $\int_0^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

Aufgabe 3.

Für welche reellen Zahlen α konvergiert

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha} dx,$$

und welchen Wert hat das Integral dann?

Aufgabe 4.

Wie groß muß die obere Integrationsgrenze b sein, damit der Flächeninhalt unter der Kurve mit $f(x) = 10/x^2$ von $a = 1$ aus gerechnet den Wert 5 hat?

Aufgabe 5.

Wie groß ist die Fläche zwischen den beiden Kurven mit $f_1(x) = \sin x$ und $f_2(x) = 1 - \sin x$? Skizze! Untersucht werde nur der Bereich zwischen den beiden Schnittpunkten in $(0, \pi)$. (Formelmäßig lösbar. Keine numerische Integration notwendig.)

Aufgabe 6.

Ein Drehkörper kommt dadurch zustande, daß die Fläche unter der Kurve mit $y = e^{-x}$ zwischen $a = 0$ und $b = 1/2$ um die x -Achse rotiert. Wie groß ist sein Volumen? (Formelmäßig lösbar. Keine numerische Integration notwendig.)