Integralrechnung

Aufgabe 1.
Weisen Sie durch Differentiation der Stammfunktionen nach, daß die folgenden Integrationsformeln korrekt sind.

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2+2x+2} = \arctan(x+1)$ b) $\displaystyle\int x e^{x^2}\,dx = \frac{1}{2}\,e^{x^2}$

c) $\displaystyle\int \frac{e^x-1}{e^x+1}\,dx = 2\ln(e^x+1) - x$

Aufgabe 2.
Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\displaystyle\int (e^x + x^2)\,dx$ b) $\displaystyle\int (-2x + \sin x)\,dx$

c) $\displaystyle\int t^2 \cdot \sqrt{t}\,dt$ d) $\displaystyle\int_0^4 (x^3 - 5x^2 + 1{,}5x - 10)\,dx$

e) $\displaystyle\int_1^e \frac{dt}{t}$ f) $\displaystyle\int_0^\pi (a\cdot\sin t - b\cdot\cos t)\,dt$

Aufgabe 3.
Berechnen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

a) $\displaystyle\int x\ln(x)\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^1 x e^x\,dx$ c) $\displaystyle\int x^2 e^{-x}\,dx$

d) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin(x)\cos(x)\,dx$ e) $\displaystyle\int e^x\cos(x)\,dx$

Aufgabe 4.
Berechnen Sie die Integrale mit Substitution.

a) $\displaystyle\int \sqrt[3]{1-t}\,dt$ b) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}\,dx$ c) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin\left(3t - \frac{\pi}{4}\right)dt$

d) $\displaystyle\int x^2 \cdot e^{x^3-2}\,dx$ e) $\displaystyle\int_0^\pi \cos^3(x)\cdot\sin(x)\,dx$