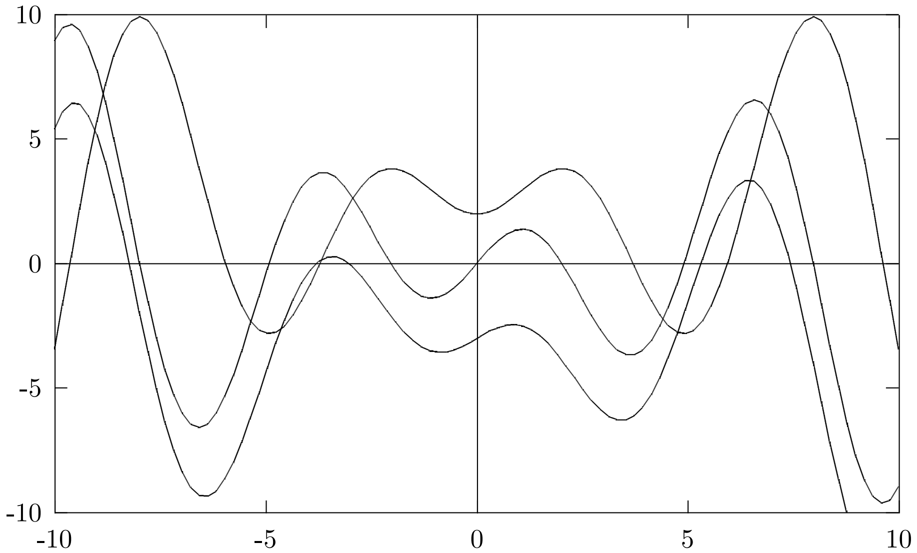
Differentialrechnung

Aufgabe 1.
Leiten Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten her, daß die erste Ableitung der Funktion $f(x) = x^3$ gleich $f'(x) = 3x^2$ ist.

Aufgabe 2.
Die drei Kurven in der folgenden Abbildung stellen eine Funktion f, ihre Ableitung f' und eine Funktion g, die nichts mit f oder f' zu tun hat, dar. Markieren Sie welches f, welches f', und welches g ist.



Aufgabe 3.
Differenzieren Sie die folgenden Funktionen.
a) $y = 4x^5$ b) $y = 2x^{a+1}$ c) $y(t) = t^2 \cdot t^{1/2}$ d) $y = \sqrt[4]{x^3}$ e) $y(t) = t^2/\sqrt[3]{t}$

Aufgabe 4.
Differenzieren Sie nach der Summenregel.
a) $y = -10x^4 + 2x^3 - 2$ b) $z(t) = a \cdot \cos t - t^2 + e^t$ c) $y = 10/x^3 - 3\ln x + \tan x + 5$

Aufgabe 5.
Leiten Sie nach der Produktregel ab.
a) $y = 2x \ln x$ b) $y = e^t \sin t$ c) $f(u) = u^n e^u$ d) $y = \ln(x) \cdot \cosh(x)$
e) $y = 2x \cdot e^x \cdot \cos x$

Aufgabe 6.
Bilden Sie die Ableitungen nach der Quotientenregel.

a) $y = \dfrac{10x}{x^2+1}$ b) $y = \dfrac{\ln t}{t^2}$ c) $z(u) = \dfrac{1+\cos u}{1-\sin u}$ d) $f(z) = \dfrac{\arctan z}{e^z}$

Aufgabe 7.
Differenzieren Sie nach der Kettenregel.
a) $y = \sin(x+2)$ b) $y = 3e^{-4x}$ c) $y = \sqrt{4x^2 - x}$ d) $f(t) = \ln(\sqrt{2t^3 - 3t^2})$

Aufgabe 8.
Bilden Sie die Ableitung.
a) $y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ b) $y = e^{-2t} \cdot \cos t$ c) $y = e^{2x} \cdot \arcsin(x-1)$
d) $z(u) = \sqrt{\sin u}$

Aufgabe 9.
Differenzieren Sie die folgenden Funktionen zweimal.
a) $u(t) = e^{-0{,}8t} \cdot \cos t$
b) $y = x^3 \cdot \ln(x) - x \cdot \arctan(x)$
c) $y = x^2/(1+x^2)$
d) $y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Aufgabe 10.
Die sogenannten *Hermite-Polynome* sind durch

$$H_n(x) = (-1)^n \, e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

gegeben. Berechnen Sie die explizite Form von $H_n(x)$ für $n = 0, 1, 2, 3$.