

## Elementare Funktionen

### Aufgabe 1.

Die sogenannte „Gauß-Klammer“ beschreibt die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich dem betrachteten  $x$  ist. Zeichnen Sie den Graph der Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = [x] := n$  mit  $n \in \mathbb{Z}$  und  $n \leq x < n + 1$ .

### Aufgabe 2.

Lösen Sie die Gleichung:  $10 - 10^{x/2} = 1$ .

### Aufgabe 3.

Lösen Sie die Gleichung:  $\ln \sqrt{x} + 1,5 \cdot \ln x = \ln(2x)$ .

### Aufgabe 4.

Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung:  $\sin(2x) - \cos x = 0$ .

### Aufgabe 5.

Zeigen Sie, daß a)  $\sin(\omega t + \pi) = -\sin(\omega t)$ , b)  $\sin(\omega t - \pi/2) = -\cos(\omega t)$ .

### Aufgabe 6.

Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der Gleichung:  $\sin x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$ .

### Aufgabe 7.

Von einer ganzrationalen Funktion 4. Grades sind folgende Eigenschaften bekannt:

- a)  $y(x)$  ist eine gerade Funktion,
  - b) es gibt Nullstellen in  $x_1 = 3$  und  $x_2 = 6$ ,
  - c) der Funktionsgraph schneidet die y-Achse an der Stelle  $y(0) = -3$ .
- Wie lautet die Funktionsgleichung?

### Aufgabe 8.

Eine gebrochenrationale Funktion besitzt die Eigenschaften

- a) Nullstellen:  $x_1 = 2$  (einfach),  $x_2 = -4$  (doppelt);
- b) Pole:  $x_3 = -1$ ,  $x_4 = 1$ ;
- c)  $y(0) = 4$ .

Weitere Nullstellen und Pole liegen nicht vor. Wie lautet die Funktionsgleichung?

**Aufgabe 9.**

Bestimmen Sie für die folgenden gebrochenrationalen Funktionen Nullstellen, Pole und die Asymptoten im Unendlichen, und skizzieren Sie grob den Funktionsverlauf.

$$\text{a) } y = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^2 - 4} \quad \text{b) } y = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$$

**Aufgabe 10.**

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte von Funktionen.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1} \quad \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$