Elementare Funktionen

Aufgabe 1.
Gesucht ist die Umkehrfunktion zu $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 1 + x/2$.
Skizzieren Sie die beiden Graphen.

Aufgabe 2.
Die Parabel mit $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ geht durch die Punkte $A = (0; 1)$, $B = (1; 2)$, $C = (2; 1)$. Wie heißen die Vorzahlen a_2, a_1, a_0?

Aufgabe 3.
Zwischen Luftdruck p und Höhe h (bezogen auf Meeresniveau) gilt bei konstanter Lufttemperatur die barometrische Höhenformel:

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-kh}$$

($p_0 = 1,013$ bar: Luftdruck an der Erdoberfläche; $k = 1/(7991\ \mathrm{m})$).
a) In welcher Höhe ist der Luftdruck $0,8$ bar?
b) Wie groß ist der Luftdruck in 5000 m Höhe?
c) In welcher Höhe ist der Luftdruck halb so groß wie am Boden?

Aufgabe 4.
Neben dem stabilen Kohlenstoffatom C^{12} gibt es das radioaktive Isotop C^{14} mit einer Halbwertszeit von ca. 5730 Jahren. Tiere und Pflanzen nehmen C^{12} und C^{14} ohne zu unterscheiden auf. Sie enthalten daher C^{12} und C^{14} im selben Verhältnis wie die Umwelt. Das Verhältnis ändert sich nach dem Tode eines Organismus, da C^{14} zerfällt.

Angenommen, ein Fossil enthält nur 60% desjenigen C^{14}-Gehalts, den ein lebender Organismus entsprechender Größe besitzt. Wieviel Jahre sind seit dem Tode des Organismus vergangen?

Aufgabe 5.
Es sei eine Wechselspannung $u = U_0 \sin(\omega t + 30^\circ)$ mit der Frequenz $f = 50$ Hz und $U_0 = 100$ V gegeben.
a) Wie groß ist u am Anfang?
b) Wie groß ist u nach $1/1000$ s?
c) Bei welcher Zeit liegt das erste Maximum?

Aufgabe 6.
Vereinfachen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme:

$$\sin\varphi + \sin(\varphi + 120^\circ) + \sin(\varphi + 240^\circ).$$

Aufgabe 7.
Ein Beispiel für die parametrische Darstellung von Kurven sind Lissajous-Figuren, die in allgemeiner Form durch

$$x = x(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$$

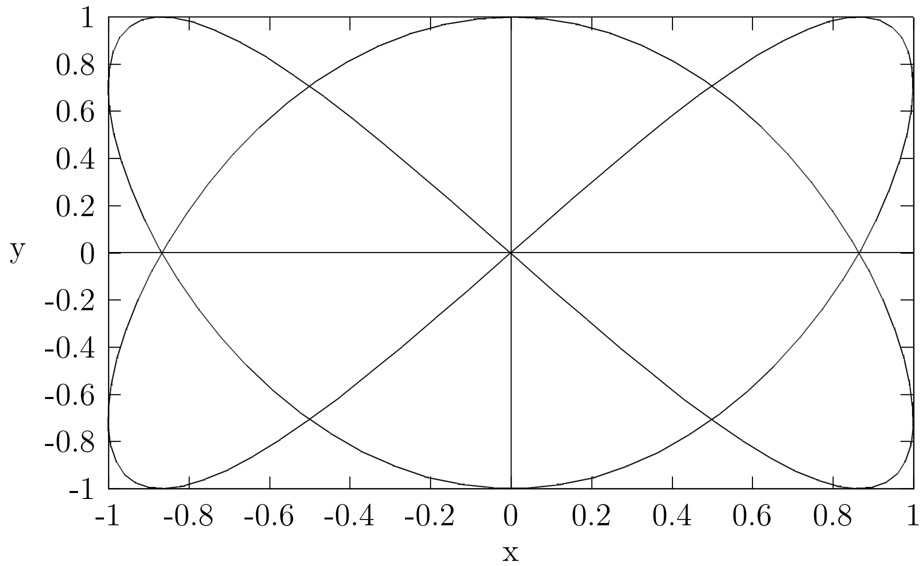
und

$$y = y(t) = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$$

beschrieben werden. Die Kurve der speziellen Lissajous-Figur

$$x = x(t) = \sin(2t), \qquad y = y(t) = \cos(3t), \qquad t \in [0, 2\pi]$$

hat die folgende Gestalt:



(a) Markieren Sie den „Beginn“ der Kurve, an dem der Parameter t gleich 0 ist, d.h. den Punkt $P(t = 0) = (x(0), y(0))$.

(b) Markieren Sie den Punkt $P(t = 0,75\pi) = (x(0,75\pi), y(0,75\pi))$.

(c) Markieren Sie den Teil der Kurve, der für $t \in [\pi, 4\pi/3]$ durchlaufen wird. Geben Sie die Richtung der „Bewegung“ an, wenn t das Intervall beginnend bei π durchläuft.

(d) Warum kann man bei der dargestellten Lissajous-Figur nicht von einer Funktionskurve sprechen? (Beachten Sie, daß im obigen Text immer die Bezeichnung „Kurve“ verwendet wird; dieser Begriff ist allgemeiner als der Begriff „Funktionskurve“.)