

Vektoren: Vektorprodukt

Aufgabe 1.

Bestimmen Sie den Flächeninhalt des von den Vektoren $\vec{a} = (4; -10; 5)$ und $\vec{b} = (-3; -1; -3)$ aufgespannten Parallelogramms.

Aufgabe 2.

Berechnen Sie einen Einheitsvektor, der senkrecht auf dem Dreieck steht, das durch die Punkte $P = (2; -1; 1)$, $Q = (3; 5; -4)$ und $R = (4; 1; 3)$ gebildet wird.

Aufgabe 3.

Es sei $\vec{a} = (2, 1, 3)$ und $\vec{b} \uparrow\uparrow (1, 1, 0)$. Wie muß \vec{b} lauten, damit $\vec{a} \times \vec{b}$ die Länge 1 hat?

Aufgabe 4.

Berechnen Sie den Flächeninhalt

1. des Parallelogramms mit den Eckpunkten $(0|0)$, $(10|2)$, $(3|7)$ und $(13|9)$;
2. des Parallelogramms mit den Eckpunkten $(-3|-4)$, $(5|-1)$, $(-1|3)$ und $(7|6)$;
3. des Dreiecks mit den Eckpunkten $(3|2)$, $(10|5)$ und $(8|8)$.

Aufgabe 5.

Ein Elektron wird mit der Geschwindigkeit \vec{v} in ein zeitlich und räumlich konstantes elektromagnetisches Feld mit der elektrischen Feldstärke \vec{E} und der magnetischen Flußdichte \vec{B} eingeschossen und erfährt dort die Kraft

$$\vec{F} = -e\vec{E} - e(\vec{v} \times \vec{B}) = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (e: \text{Elementarladung}).$$

a) Unter welchen Voraussetzungen bleibt das Elektron kräftefrei (bei vorgegebenem \vec{v} und \vec{B})? Welche Eigenschaften muß der elektrische Feldstärkevektor \vec{E} in diesem Sonderfall besitzen?

b) Wie lauten Betrag E und die drei Richtungswinkel α , β und γ des elektrischen Feldstärkevektors \vec{E} im unter a) genannten Fall für $\vec{v} = 200 \cdot (1; 1; 1)\text{m/s}$ und $\vec{B} = (1; -1; 2)\text{Vs/m}^2$?

(Anmerkung: Die Richtungswinkel eines Vektors sind die Winkel, die er mit den Basisvektoren bildet. Im vorliegenden Fall sind dies die Winkel von \vec{E} mit den Basisvektoren $\vec{e}_x = (1; 0; 0)$, $\vec{e}_y = (0; 1; 0)$, $\vec{e}_z = (0; 0; 1)$.)

Aufgabe 6.

Die Punkte $A = (4, 1, 1)$ und $B = (1, 3, 0)$ seien gegeben. Gibt es Punkte auf der z -Achse, die zusammen mit A und B Dreiecke bilden, die jeweils den Flächeninhalt 6 haben?