

Anwendungen der Differentialrechnung

Extremwertaufgaben, Kurvendiskussionen

- **Extremwertaufgaben**

Die mathematische Formulierung einer vorgegebenen Problemstellung führt zu einer Funktion f , wobei ein Maximum oder Minimum von f auf einem Intervall I gesucht ist. Zur Lösung der Aufgabe werden alle Extremwerte im Inneren des Intervalls berechnet, mit Hilfe der Differentialrechnung, falls f differenzierbar ist. Ein Vergleich dieser Extrema untereinander und mit den Werten am Intervallrand gibt das globale Maximum oder Minimum.

- Beispiel: Die Leistungsaufnahme eines Verbrauchers vom Widerstand R ist

$$P(R) = U_0^2 \frac{R}{(R + R_i)^2}$$

mit der Quellspannung U_0 und dem Innenwiderstand R_i . Wann (bei welchem Wert von R) nimmt der Verbraucher die größtmögliche Leistung auf?

- Beispiel: Aus dünnem Blech soll eine Dose (Kreiszyylinder) mit Deckel gefertigt werden. Das Volumen V ist vorgegeben. Wie sind Grundkreisradius r und Höhe h zu wählen, damit der Materialaufwand möglichst gering wird?

- **Kurvendiskussionen**

Der Verlauf einer Funktionskurve soll untersucht werden. Dabei kann man z.B. in der folgenden Reihenfolge vorgehen: Definitionsbereich, Symmetrie, Nullstellen, Pole und Asymptoten, waagrechte Tangenten, Extremwerte, Wendepunkte, Wertebereich, Zeichnung der Kurve.

- Beispiel:

$$f(x) = \frac{5(1 - x^2)}{x^3}.$$

- Beispiel:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$