

Integralrechnung 3

- Satz (**Integration durch Substitution**)

Die Funktion $z = g(x)$ sei stetig differenzierbar auf $[a, b]$, und $y = f(z)$ sei stetig im Wertebereich von g . Es gilt:

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(z) dz = F(z) \Big|_{g(a)}^{g(b)} = F(g(x)) \Big|_a^b.$$

Hierbei bezeichnet F eine Stammfunktion von f .

- Beweis
- Beispiele
- Satz (einige Spezialfälle)

Unter den offensichtlichen Voraussetzungen bezüglich der Integrierbarkeit von f und f' gilt:

(a) Substitution linearer Funktionen,

$$\int_a^b f(mx + k) dx = \frac{1}{m} \int_{ma+k}^{mb+k} f(z) dz,$$

(b) Integrand $f \cdot f'$,

$$\int_a^b f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big|_a^b,$$

(c) Integrand f'/f ,

$$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| \Big|_a^b.$$

- Beweis
- Beispiele