

## Integralrechnung 3

- Satz (**Integration durch Substitution**)

Die Funktion  $z = g(x)$  sei stetig differenzierbar auf  $[a, b]$ , und  $y = f(z)$  sei stetig im Wertebereich von  $g$ . Es gilt:

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(z) dz = F(z) \Big|_{g(a)}^{g(b)} = F(g(x)) \Big|_a^b.$$

Hierbei bezeichnet  $F$  eine Stammfunktion von  $f$ .

- Beweis
- Beispiele
- Satz (einige Spezialfälle)

Unter den offensichtlichen Voraussetzungen bezüglich der Integrierbarkeit von  $f$  und  $f'$  gilt:

(a) Substitution linearer Funktionen,

$$\int_a^b f(mx + k) dx = \frac{1}{m} \int_{ma+k}^{mb+k} f(z) dz,$$

(b) Integrand  $f \cdot f'$ ,

$$\int_a^b f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big|_a^b,$$

(c) Integrand  $f'/f$ ,

$$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| \Big|_a^b.$$

- Beweis
- Beispiele