

### Aufgabe 1

Welche Eliminationsmatrix  $E_{ij}$  muß mit der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & -4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

multipliziert werden, damit sich eine obere Dreiecksmatrix ergibt? Wie sieht damit die  $LU$ -Zerlegung von  $A$  aus?

### Aufgabe 2

Berechnen Sie die  $LU$ -Zerlegungen der folgenden Matrizen (es soll kein Zeilenaustausch durchgeführt werden):

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -8 \\ 6 & 5 & -21 \\ -9 & -1 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 7 \\ 12 & 11 & 16 \\ -8 & 4 & -40 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 21 & -11 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie auch die  $LDU$ -Zerlegungen an.

Sie können Ihre Faktorisierungen überprüfen, indem Sie die entstandenen Matrizenprodukte ausrechnen; dann muß ja wieder die Ausgangsmatrix entstehen.

### Aufgabe 3

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -8 \\ 6 & 5 & -21 \\ -9 & -1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ -37 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe einer  $LU$ -Zerlegung der Koeffizientenmatrix.

Ersetzen Sie dann die rechte Seite durch  $\vec{b} = (15, 52, 37)^T$  und lösen Sie das neue lineare Gleichungssystem mit den zuvor berechneten Matrizen  $L$  und  $U$ .

Machen Sie in beiden Fällen die Probe, indem Sie die berechneten Lösungen in das lineare Gleichungssystem einsetzen. Vergleichen Sie den Lösungsweg über die  $LU$ -Zerlegung mit unserem Lösungsschema, bei dem beide Seiten gleichzeitig bearbeitet werden und auf der linken Seite eine Einheitsmatrix erzeugt wird.