

Aufgabe 1

Ein lineares Gleichungssystem (LGS) sei auf das folgende Lösungsschema transformiert:

1	0	0	4	-9	7
0	1	0	0	6	9
0	0	1	-3	5	-12
0	0	0	0	0	0

Wie groß ist die Anzahl der Unbekannten? Welchen Rang hat das LGS? Wie groß ist die Dimension der Lösungsmenge? Wie lautet die Lösung \vec{x} des LGS? Was stellt die Lösung im geometrischen Sinne dar?

Aufgabe 2

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 8 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 1\end{aligned}$$

mit dem Eliminationsverfahren von Gauß. Welchen Rang hat das System? Wie groß ist die Dimension der Lösungsmenge? Was stellt die Lösung im geometrischen Sinne dar?

Aufgabe 3

Berechnen Sie mit dem Gauß-Algorithmus die Lösung des Gleichungssystems:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 - 9x_4 &= 4 \\ 3x_1 - x_2 + 10x_3 + x_4 &= 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 5x_4 &= 3\end{aligned}$$

Welchen Rang hat das System? Wie groß ist die Dimension der Lösungsmenge? Was stellt die Lösung im geometrischen Sinne dar?

Aufgabe 4

Lösen Sie das folgende homogene lineare Gleichungssystem nach dem Gauß-Verfahren:

$$\begin{aligned}x + y - 2z &= 0 \\x - y - 2z &= 0 \\2x + 3y - 4z &= 0\end{aligned}$$

Welchen Rang hat das System? Wie groß ist die Dimension der Lösungsmenge?
Was stellt die Lösung im geometrischen Sinne dar?