Aufgabe 1

Skizzieren Sie die Funktionen e^x, $\ln(x) = \log_e(x)$ und e^{-x}. Zeichnen Sie die Umkehrfunktion zu e^{-x}. Berechnen Sie diese Umkehrfunktion dann auch formelmäßig.

Aufgabe 2

Man glaubt, in vielen Bereichen der Informatik exponentielles Wachstum beobachten zu können, beispielsweise bei den folgenden Größen: Integrationsdichte von Schaltkreisen, Prozessorleistung, Speicherkapazität von Festplatten, Übertragungskapazitäten, Anzahl der Internetbenutzer. (Suchen Sie im Internet nach dem „Gesetz von Moore“ für weitere Informationen.)

Exponentiell wachsende oder fallende Größen werden durch Funktionen

$$g(t) = A\,e^{kt}$$

beschrieben, wobei t die Zeit ist. Für $t = 0$ ergibt sich der Anfangswert A. Die Konstante k ist positiv bei wachsenden und negativ bei fallenden Größen.

(a) Angenommen, g hat sich nach 18 Monaten verdoppelt. Welches Vielfache des Anfangswertes hat man nach 3 Jahren?

(b) Welches Vielfache hat man dann nach 10 und nach 20 Jahren?

(c) Welchen Wert hat die Konstante k ?

(d) Wenn der Wert von g nach 5 Jahren gleich 1 Million ist, wie groß war dann der Ausgangswert von g ?

(e) Nach wieviel Jahren hat man das tausendfache des Ausgangswertes erreicht?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie geometrisch den Wert von $\sin(30°)$, $\sin(45°)$ und $\sin(60°)$.

Copyright © 2006, Prof. Dr. H.-R. Metz. All rights reserved.

Aufgabe 4

Vereinfachen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme:

$$\sin\varphi + \sin(\varphi + 120°) + \sin(\varphi + 240°).$$

Aufgabe 5

Zeigen Sie, daß

(a) $\sin(\omega t + \pi) = -\sin(\omega t)$,

(b) $\sin(\omega t - \pi/2) = -\cos(\omega t)$.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung

$$\sin(2x) - \cos x = 0.$$

Hinweis: $\sin(2x)$ kann zerlegt werden. Die passende Formel läßt sich durch das Umschreiben $2x = x + x$ und anschließendes Anwenden eines Additionstheorems herleiten.