FH Gießen-Friedberg, FB 06 (MNI) — Übungsblatt 4
Diskrete Strukturen — 17. November 2008
Prof. Dr. H.-R. Metz

Aufgabe 1
Welche der folgenden Relationen auf der Menge $\{0, 1, 2, 3\}$ sind Äquivalenzrelationen? Welches sind in diesen Fällen die Äquivalenzklassen?

(a) $\{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

(b) $\{(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

(c) $\{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\}$

(d) $\{(0, 0), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

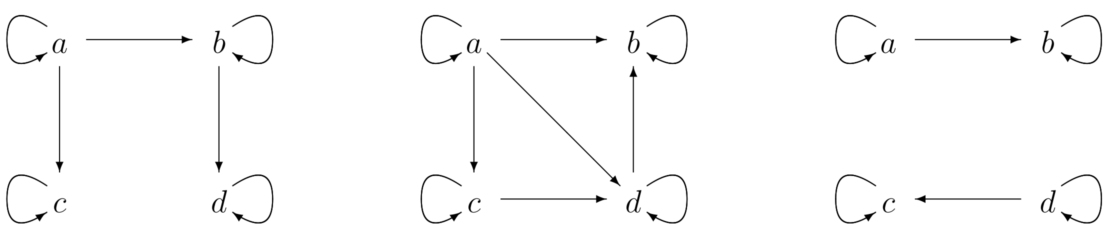
(e) $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)\}$

Aufgabe 2
Gesucht ist die kleinste Äquivalenzrelation auf der Menge $\{a, b, c, d, e\}$, die die Relation $\{(a, b), (a, c), (d, e)\}$ enthält.

Aufgabe 3
Es sei $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ und $R \subseteq A \times A$, d.h. R sei eine Relation auf der Menge der geordneten Paare von positiven ganzen Zahlen. Dabei sei $((a, b), (c, d)) \in R$ genau dann, wenn $ad = bc$ ist.

Zeigen Sie, daß R eine Äquivalenzrelation ist. Welche Elemente sind in der Äquivalenzklasse $[(1, 2)]$ enthalten? Wie kann man die Äquivalenzklassen von R interpretieren?

Aufgabe 4
Im folgenden sind drei Relationen durch ihre gerichteten Graphen gegeben. Stellen Sie fest, ob es sich um Ordnungen handelt. Sind diese partiell oder total?



Aufgabe 5

Auf jeder der folgenden Mengen ist durch die Teilbarkeitsrelation eine partielle Ordnung gegeben. Zeichnen Sie die zugehörigen Hasse-Diagramme.

(a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

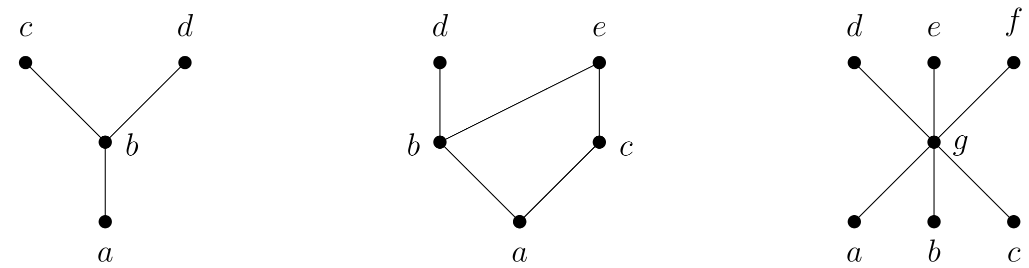
(b) $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

(c) $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$

(d) $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$

Aufgabe 6

Zu den folgenden Hasse-Diagrammen sollen die zugehörigen partiellen Ordnungen als Mengen von geordneten Paaren angegeben werden.



Aufgabe 7

Auf der Menge $\{1, 2, 3, 6, 8, 12, 24, 36\}$ ist durch die Teilbarkeitsrelation eine partielle Ordnung gegeben. Finden Sie eine dazu kompatible totale Ordnung.