

### Aufgabe 1

Welche der folgenden Relationen  $R$  auf der Menge der Menschen ist reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, asymmetrisch oder transitiv? Es sei  $(x, y) \in R$  genau dann, wenn

- (a)  $x$  ist größer als  $y$ ,
- (b)  $x$  und  $y$  wurden am selben Tag geboren,
- (c)  $x$  hat denselben Vornamen wie  $y$ ,
- (d)  $x$  und  $y$  haben eine gemeinsame Großmutter.

### Aufgabe 2

Welche der folgenden Relationen auf der Menge  $\{1, 2, 3, 4\}$  ist reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, asymmetrisch oder transitiv? Schreiben Sie die Booleschen Matrizen der Relationen auf, und zeichnen Sie die gerichteten Graphen.

- (a)  $R_1 = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$
- (b)  $R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- (c)  $R_3 = \{(2, 4), (4, 2)\}$
- (d)  $R_4 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$
- (e)  $R_5 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
- (f)  $R_6 = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$

### Aufgabe 3

In der Vorlesung wurde hergeleitet, daß es auf einer endlichen Menge mit  $n$  Elementen genau  $2^{n^2}$  voneinander verschiedene Relationen gibt.

- (a) Ändern Sie die den Beweis ab, und finden Sie heraus, wieviele reflexive und wieviele symmetrische Relationen auf einer Menge mit  $n$  Elementen existieren.
- (b) Wieviel Prozent aller Relationen auf einer Menge mit  $n$  Elementen sind reflexiv? Wie groß ist der Prozentsatz für  $n = 1, 2, 3$  und  $4$ ? Wie groß ist er ungefähr, wenn  $n = 100$  ist?