FH Gießen-Friedberg, FB 06 (MNI) — Übungsblatt 2
Diskrete Strukturen — 19. April 2007
Prof. Dr. H.-R. Metz

Aufgabe 1

Welche der folgenden Relationen R auf der Menge der Menschen ist reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, asymmetrisch oder transitiv? Es sei $(x, y) \in R$ genau dann, wenn

(a) x ist größer als y,

(b) x und y wurden am selben Tag geboren,

(c) x hat denselben Vornamen wie y,

(d) x und y haben eine gemeinsame Großmutter.

Aufgabe 2

Welche der folgenden Relationen auf der Menge $\{1, 2, 3, 4\}$ ist reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, asymmetrisch oder transitiv? Schreiben Sie die Boolschen Matrizen der Relationen auf, und zeichnen Sie die gerichteten Graphen.

(a) $R_1 = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$

(b) $R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

(c) $R_3 = \{(2, 4), (4, 2)\}$

(d) $R_4 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

(e) $R_5 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

(f) $R_6 = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$

Aufgabe 3

In der Vorlesung wurde hergeleitet, daß es auf einer endlichen Menge mit n Elementen genau 2^{n^2} voneinander verschiedene Relationen gibt.

(a) Ändern Sie die den Beweis ab, und finden Sie heraus, wieviele reflexive und wieviele symmetrische Relationen auf einer Menge mit n Elementen existieren.

(b) Wieviel Prozent aller Relationen auf einer Menge mit n Elementen sind reflexiv? Wie groß ist der Prozentsatz für $n = 1$, 2, 3 und 4? Wie groß ist er ungefähr, wenn $n = 100$ ist?
