

## Zahlenmengen

### Aufgabe 1.

Welche Zahlenmengen erhält man durch die folgenden Mengenoperationen?

- a)  $\mathbb{Z} \setminus (\mathbb{N} \cup \{0\})$     b)  $\mathbb{C}_{\mathbb{R}}(\mathbb{Q})$     c)  $\mathbb{C}_{\mathbb{N}}(\mathbb{N})$     d)  $\mathbb{C}_{\mathbb{N}}(\mathbb{N} \setminus \{1, 2, 3, 4, 5\})$

### Aufgabe 2.

Rechnen Sie die periodischen Dezimalzahlen  $0, \overline{12}$  und  $5, \overline{47}$  sowie  $0, \overline{37}$  und  $7, \overline{526}$  in Brüche um.

### Aufgabe 3.

Berechnen Sie die Primfaktorzerlegung von 30723 und von 112200.

### Aufgabe 4.

Berechnen Sie die kartesischen Darstellungen der folgenden komplexen Zahlen.

- a)  $(7 - 3i) + (3 + 9i)$     b)  $(-17 + 4i) - (8 - 7i)$     c)  $(3 - 5i) \cdot (2 + 3i)$   
d)  $(3, 5 - i) \cdot (7 + 2, 5i)$     e)  $(4, 5 - 1, 5i)^2$     f)  $i \cdot (2, 5 - i)^2$   
g)  $\frac{1}{7 - 3i}$     h)  $\frac{-5 + 3i}{7 + 2i}$

### Aufgabe 5.

Die folgenden Ausdrücke sind zu berechnen.

- a)  $\frac{17 - 6i}{3 - 4i}$     b)  $\frac{1 + 3i}{1 - i}$     c)  $\frac{5}{1 - 2i}$     d)  $\frac{(3 + i)^2}{2 - i}$

### Aufgabe 6.

Gegeben sind die komplexen Zahlen  $z_1 = 3 - 2i$  und  $z_2 = 4 + 2i$ . Berechnen Sie

$$z_3 = z_1 \cdot z_2, \quad \operatorname{Re}(z_3), \quad \operatorname{Im}(z_3), \quad z_3^*, \quad |z_3|$$

und

$$z_4 = \frac{z_1}{z_2}, \quad \operatorname{Re}(z_4), \quad \operatorname{Im}(z_4), \quad z_4^*, \quad |z_4|.$$

### Aufgabe 7.

Für welche reellen Zahlen  $a$  und  $b$  gilt

$$(a + 2i) \cdot (1 + bi) = (5 - 3i)^2 \quad ?$$