

Kombinatorik

Aufgabe 1.

Berechnen Sie

(a) $\frac{(n-1)!(n+1)!}{(n!)^2},$

(b) $\binom{n}{k} : \binom{n+1}{k} \quad (0 \leq k \leq n),$

(c) $\binom{n}{k} : \binom{n}{k+1} \quad (0 \leq k \leq n-1).$

Aufgabe 2.

Vier verschiedene Mathematikbücher, sechs verschiedene Informatikbücher und zwei verschiedene Physikbücher sollen auf einem Regal angeordnet werden. Wie viele verschiedene Anordnungen sind möglich, wenn

- (a) die Bücher aus einem Fachgebiet alle zusammenstehen sollen;
- (b) nur die Mathematikbücher zusammenstehen sollen?

Aufgabe 3.

Es nehmen 600 Personen mit jeweils einem Los an einer Lotterie teil, bei der drei Preise ausgespielt werden: 1000 Euro, 500 Euro und 100 Euro. Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es für den Ausgang der Verlosung?

Aufgabe 4.

Ein Computersystem sei durch ein Passwort geschützt, das aus 8 Zeichen besteht.

- (a) Jedes Zeichen kann einer der 26 Buchstaben oder eine der 10 Ziffern sein. Wie viele Passwörter sind möglich?
- (b) Jedes Zeichen kann einer der 26 Buchstaben oder eine der 10 Ziffern sein, wobei unter den 8 Zeichen mindestens eine Ziffer und mindestens ein Buchstabe vorkommen muß. Wie viele Passwörter sind möglich?
- (c) Um wieviel Prozent reduziert sich die Anzahl der Passwörter in (b) gegenüber denen, die in (a) möglich sind?

Hinweis: Es wird nicht zwischen Groß- und Kleinbuchstaben unterschieden.

Aufgabe 5.

In einer Klausur wird eine Multiple-Choice-Aufgabe mit 6 Antwortmöglichkeiten gestellt. Wieviel unterscheidbare Möglichkeiten gibt es, 3 Antworten anzukreuzen?

Aufgabe 6.

Ein portables Gerät zur Messung von Luftschadstoffen kann mit bis zu vier Zusatzmodulen (Drucker für Meßwerteprotokoll, Positionsbestimmung über Satelliten, Datenübertragung per Funk, Statistik-Software) ausgerüstet werden, die unabhängig voneinander eingebaut werden können, d.h. beliebig miteinander kombinierbar sind. Wieviele verschiedene Ausstattungsvarianten gibt es (einschließlich der Basisversion ohne Zusatzmodule)?

Aufgabe 7.

In einer Cafeteria kann man 5 verschiedene Sorten von belegten Brötchen bekommen, von jeder Sorte sind 6 Stück vorhanden. Ein Student will für eine Arbeitsgruppe, die sich auf eine Mathematikprüfung vorbereitet, 3 belegte Brötchen kaufen. Dabei ist es egal, welche Sorten er nimmt, und in welcher Reihenfolge die Brötchen eingepackt werden. Wieviele verschiedene Zusammenstellungen sind möglich?

Aufgabe 8.

In einem Gerät sind versehentlich 8 Steckverbindungen geöffnet worden, wodurch 5 rote und 3 blaue Drähte unterbrochen sind. Jeder der 8 Drähte hat eine spezielle Funktion, d.h. jeder Stecker gehört eindeutig in eine der Buchsen, wobei zu einem roten Stecker eine der roten Buchsen und zu einem blauen Stecker eine der blauen Buchsen gehört.

Wieviel Möglichkeiten gibt es, die 8 Steckverbindungen zu schließen, wenn nur die farbliche Zusammengehörigkeit eingehalten wird?

Aufgabe 9.

Ein DNA-Strang besteht aus hintereinander aufgereihten Nukleotidmolekülen. Es gibt vier verschiedene Nukleotide. Wieviel verschiedene DNA-Stränge der Länge 260 sind möglich? Stellen Sie das Ergebnis in der Zehnerpotenz-Schreibweise dar.

Aufgabe 10.

Wie groß muß die Mindestlänge eines DNA-Strangs, d.h. die Mindestanzahl hintereinander aufgereihter Nukleotide sein, damit mindestens 10^{100} unterschiedliche Kodierungen möglich sind?

Aufgabe 11.

Zur Kennzeichnung der verschiedenen Varianten eines elektronischen Bauteils soll ein Code benutzt werden, der aus 4 nebeneinanderliegenden verschiedenfarbigen Balken besteht, die auf das Bauteil aufgedruckt werden. Der erste Balken ist immer schwarz, für die anderen werden die Farben Rot, Grün, Gelb, Braun, Orange, Cyan, Magenta und Blau verwendet.

Wieviel Codierungen sind möglich, wenn keine Farbe mehrfach vorkommen darf?

Aufgabe 12.

Wieviele Gruppen können aus 7 Männern und 5 Frauen gebildet werden, wobei die Gruppen sich zusammensetzen aus

- (a) 3 Männern und 5 Frauen;
- (b) 5 Personen, von denen mindestens 3 Männer sind?

Aufgabe 13.

Es sollen 5 Männer und 4 Frauen in einer Reihe sitzen, und zwar so, daß die Frauen die geraden Plätze einnehmen. Wie viele solcher Anordnungen sind möglich?

Aufgabe 14.

In einem Gremium einer Hochschule haben die Studierenden 4 Sitze. Bei der Wahl zu diesem Gremium kandidieren aus jedem der 9 Fachbereiche mindestens 4 Studierende, so daß ein Ergebnis möglich ist, bei dem alle studentischen Mitglieder aus nur einem Fachbereich kommen. Numerieren wir die Fachbereiche von 1 bis 9, können z.B. alle aus FB 6 oder alle aus FB 8 sein. Es können aber auch zwei aus FB 7, einer aus FB 3 und einer aus FB 1 sein.

Wieviele verschiedene solcher Verteilungen der 4 Sitze auf die 9 Fachbereiche sind insgesamt möglich?

Aufgabe 15.

Ein Ausschuß der Fachhochschule soll aus 10 Studierenden bestehen, wobei 4 Studierende aus dem Fachbereich KMUB, 3 Studierende aus dem FB E1 und ebenfalls 3 Studierende aus dem FB MNI sein sollen.

Es stellen sich 6 KMUB-, 8 E1-, und 5 MNI-Studierende zur Verfügung. Wieviele Möglichkeiten zur Bildung des Ausschusses gibt es?

Aufgabe 16.

Wieviel vierstellige Zahlen können mit den Ziffern 1, 3, 5, 7, 8 und 9 gebildet werden, wenn keine dieser Ziffern mehr als einmal in jeder Zahl auftreten darf?