

Zahlenmengen

Aufgabe 1.

Welche Zahlenmengen erhält man durch die folgenden Mengenoperationen?

a) $\mathbb{Z} \setminus (\mathbb{N} \cup \{0\})$ b) $\mathbb{C}_{\mathbb{R}}(\mathbb{Q})$ c) $\mathbb{C}_{\mathbb{N}}(\mathbb{N})$ d) $\mathbb{C}_{\mathbb{N}}(\mathbb{N} \setminus \{1, 2, 3, 4, 5\})$

Aufgabe 2.

Rechnen Sie die periodischen Dezimalzahlen $0, \overline{12}$ und $5, \overline{47}$ sowie $0, \overline{37}$ und $7, \overline{526}$ in Brüche um.

Aufgabe 3.

Berechnen Sie die kartesischen Darstellungen der folgenden komplexen Zahlen.

a) $(7 - 3i) + (3 + 9i)$ b) $(-17 + 4i) - (8 - 7i)$ c) $(3 - 5i) \cdot (2 + 3i)$

d) $(3, 5 - i) \cdot (7 + 2, 5i)$ e) $(4, 5 - 1, 5i)^2$ f) $i \cdot (2, 5 - i)^2$

g) $\frac{1}{7 - 3i}$ h) $\frac{-5 + 3i}{7 + 2i}$

Aufgabe 4.

Die folgenden Ausdrücke sind zu berechnen.

a) $\frac{17 - 6i}{3 - 4i}$ b) $\frac{1 + 3i}{1 - i}$ c) $\frac{5}{1 - 2i}$ d) $\frac{(3 + i)^2}{2 - i}$

Aufgabe 5.

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 3 - 2i$ und $z_2 = 4 + 2i$. Berechnen Sie

$$z_3 = z_1 \cdot z_2, \quad \operatorname{Re}(z_3), \quad \operatorname{Im}(z_3), \quad z_3^*, \quad |z_3|$$

und

$$z_4 = \frac{z_1}{z_2}, \quad \operatorname{Re}(z_4), \quad \operatorname{Im}(z_4), \quad z_4^*, \quad |z_4|.$$

Aufgabe 6.

Für welche reellen Zahlen a und b gilt

$$(a + 2i) \cdot (1 + bi) = (5 - 3i)^2 \quad ?$$