Woche 4

28.10.2010

1. Trapezformel

Bestimmen Sie

$$\int_0^1 x \cdot e^{x^3}\ dx$$

mit Hilfe der Trapezformel für $n = 1, \ldots, 4$.

- $n = 1$, also $h = 1$:

$$\int_0^1 x \cdot e^{x^3}\ dx \approx 1 \cdot \frac{1}{2}(0 + e) = \frac{1}{2}e \approx 1,359\ .$$

- $n = 2$, also $h = \frac{1}{2}$:

$$\int_0^1 x \cdot e^{x^3}\ dx \approx \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}e^{(1/2)^3}) \approx 0,963\ .$$

- $n = 3$, also $h = \frac{1}{3}$:

$$\int_0^1 x \cdot e^{x^3}\ dx \approx \frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{2}e + \frac{1}{3}e^{(1/3)^3} + \frac{2}{3}e^{(2/3)^3}) \approx 0,867\ .$$

- $n = 4$, also $h = \frac{1}{4}$:

$$\int_0^1 x \cdot e^{x^3}\ dx \approx \frac{1}{4} \cdot (\frac{1}{2}e + \frac{1}{4}e^{(1/4)^3} + \frac{2}{4}e^{(2/4)^3} + \frac{3}{4}e^{(3/4)^3}) \approx 0,831\ .$$

2. Simpsonverfahren

Bestimmen Sie

$$\int_0^1 x \cdot e^{x^3}\ dx$$

mit Hilfe des Simpsonverfahrens für $n = 4$.

Es gilt $h = \frac{1}{8}$ und somit

$$\begin{aligned}
&\int_0^1 x \cdot e^{x^3}\ dx \\
&\approx \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}\big(e + 4(\frac{1}{8}e^{(1/8)^3} + \frac{3}{8}e^{(3/8)^3} + \frac{5}{8}e^{(5/8)^3} + \frac{7}{8}e^{(7/8)^3}) + 2(\frac{2}{8}e^{(2/8)^3} + \frac{4}{8}e^{(4/8)^3} + \frac{6}{8}e^{(6/8)^3})\big) \\
&\approx 0,7816\ .
\end{aligned}$$

3. Aufgaben für den 06.11.10

(a) Flächenmomente: Bestimmen Sie Flächeninhalt, Schwerpunkt und Trägheitsmoment der durch die Funktionen

$$f_o(x) := 4 - x^2 \ , \qquad\qquad f_u(x) := 3x$$

definierten Fläche.

(b) Rotationssymmetrische Körper: Bestimmen Sie Volumen und Schwerpunkt des Körpers, der entsteht, wenn die auf dem Intervall $I := [0, 2]$ definierte Funktion

$$f(x) := x^2 - 4$$

- um die x-Achse rotiert,
- um die y-Achse rotiert.