



# Software-Komponenten

Th. Letschert

THM

*University of Applied Sciences*

## Monadentransformer

- Monaden kombinieren
- Monad-Transformer: TryT, OptionT, ReaderT, StateT

# Monaden mischen

## Monaden sind nicht (einfach) mischbar

**Beispiel** Monaden wie List und Option können nicht einfach (in einer for-Comprehension) „gemischt“ werden. Man bleibt besser „sortenrein“:

```
def factors(l: Long): List[Long] = {
  def isPrime(n: Long): Boolean =
    Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1).count(n % _ == 0) == 0

  Range.Long(2L, l / 2 + 1, 1)
    .filter((i: Long) =>
      l % i == 0 && isPrime(i)).toList
}

def StringToLong(str: String): Option[Long] = str.toIntOption

def stringToFactorsString(str: String): List[String] =
  for (x <- StringToLong(str);
       f <- factors(x)) ← Found: List[String]
    yield f.toString                                Required: Option[Any]
```

Nicht OK  
List und Option werden in einer for-  
Comprehension gemischt

```
def factors(l: Long): List[Long] = {
  def isPrime(n: Long): Boolean =
    Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1).count(n % _ == 0) == 0

  Range.Long(2L, l / 2 + 1, 1)
    .filter((i: Long) =>
      l % i == 0 && isPrime(i)).toList
}

def StringToLong(str: String): List[Long] = str.toIntOption match {
  case None => Nil
  case Some(l) => l :: Nil
}

def stringToFactorsString(str: String): List[String] =
  for (x <- StringToLong(str);
       f <- factors(x))
    yield f.toString
```

OK  
Keine Monaden-Mischung

# Monaden mischen

---

## Monaden sind nicht (einfach) mischbar

**Beispiel List und Option – Manchmal will / muss man aber 2 Monaden kombinieren:**

```
def factors(l: Long): List[Long] = ...  
  
def StringToLong(str: String): Option[Long] = ...  
  
def stringToFactorsString(str: String): Option[List[String]] = ???
```

# Monaden mischen

## Monaden sind (nicht einfach) mischbar

**Beispiel** List und Option – Manchmal will / muss man aber 2 Monaden kombinieren:

```
def factors(l: Long): List[Long] = ...

def StringToLong(str: String): Option[Long] = ...

def stringToFactorsString(str: String): Option[List[String]] =
  for (x <- StringToLong(str);
    f <- factors(x).match {
      case Nil => None;
      case l => Some(l.map(_.toString))
    })
  yield f
```

Die „Monaden-Mischung“ ist möglich. Wenn auch nicht so einfach wie vielleicht gedacht.

```
stringToFactorsString("100000") // ~> Some(List(2, 5))
```

```
stringToFactorsString("hugo") // ~> None
```

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / Option

Beispiel: Systematische Kombination von Future und Option

Schritt 1: Erkenne: Nur Gleiche kombiniert werden kann

```
// Future
def isPrime(n: Long): Future[Boolean] =
  Future { Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1).count(n % _ == 0) == 0 }

// Option
def toLong(str: String): Option[Long] =
  str.toLongOption

// so geht's nicht: Future / Option gemischt
def f(str: String) =
  for (l <- toLong(str);
       b <- isPrime(l))
    yield s"$l is ${if(!b) "not" else ""} prime"
```

Found: scala.concurrent.Future[String]  
Required: Option[Any]

# Monaden kombinieren

---

## Monaden kombinieren – Future / Option

Schritt 2: Definiere einen Typ der beide Monaden (hier Option und Future) kombiniert.

Entweder:

- Future[Option[•]] oder
- Option[Future[•]]

Mit einem (monadischen) Hüll-Typ

- FutureOption[•] oder
- OptionFuture[•]

die dann noch mit angepassten

- map- / flatMap-Methoden (auf FutureOption / OptionFuture)

ausgestattet werden können.

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / Option

Schritt 3:

Entscheidung für eine Variante, z. B.: `Future[Option[•]]`

```
def isPrime(n: Long): Future[Option[Boolean]] =  
  Future {  
    Some(Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1)  
      .count(n % _ == 0) == 0)  
  }  
  
def toLong(str: String): Future[Option[Long]] =  
  Future.successful(str.toLongOption)
```

```
def f(str: String): Future[Option[String]] = {  
  for (lo <- toLong(str);  
    bo <- lo match {  
      case None => Future.successful(None)  
      case Some(l) => isPrime(l)  
    })  
  yield bo match {  
    case None => Some(s"$str is not a number")  
    case Some(b) =>  
      if (b) Some(s"$str is prime")  
      else Some(s"$str is not prime")  
  }  
}
```

```
def isPrime(n: Long): Future[Boolean] =  
  Future {  
    Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1)  
      .count(n % _ == 0) == 0  
  }  
  
def toLong(str: String): Option[Long] =  
  str.toLongOption  
  
def f(str: String): Future[Option[String]] = {  
  for (lo <- Future { toLong(str) };  
    bo <- lo match {  
      case None => Future.successful(None)  
      case Some(l) => isPrime(l).map(Some(_))  
    })  
  yield bo match {  
    case None => Some(s"$str is not a number")  
    case Some(b) =>  
      if (b) Some(s"$str is prime")  
      else Some(s"$str is not prime")  
  }  
}
```

So: mit Anpassung der  
Basisoperationen

Oder so: mit Anpassung der  
Verwender

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / Option

Schritt 4a:

Future[Option[•]] => FutureOption[•]

```
case class FutureOption[A](wrapped: Future[Option[A]]) {  
  def map[B](f: A => B): FutureOption[B] =  
    FutureOption(wrapped.map(_.map(f)))  
  
  def flatMap[B](f: A => FutureOption[B]): FutureOption[B] =  
    FutureOption(wrapped.flatMap {  
      case None => Future.successful(None)  
      case Some(x) => f(x).wrapped  
    })  
}
```

```
def isPrime(n: Long): FutureOption[Boolean] =  
  FutureOption(Future {  
    Some(Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1)  
      .count(n % _ == 0) == 0)  
  })  
  
def toLong(str: String): FutureOption[Long] =  
  FutureOption(Future.successful(str.toLongOption))
```

```
f("2946901").wrapped.onComplete {  
  case Success(value) =>  
    value match {  
      case Some(str) => println(str)  
      case None => println("Some Error occurred")  
    }  
  case Failure(e) => println(e)  
}
```

Anwendungsbeispiel

```
def f(str: String): FutureOption[String] = {  
  for (l <- toLong(str);  
       b <- isPrime(l))  
    yield  
      if (b) s"$str is prime"  
      else s"$str is not prime"  
}
```

Mit Anpassung der Basisoperationen

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / Option

Schritt 4b: mit Helfer-Funktion `lift` als Extension

`Future[Option[•]] => FutureOption[•]`

```
case class FutureOption[A](wrapped: Future[Option[A]]) {  
    def map[B](f: A => B): FutureOption[B] =  
        FutureOption(wrapped.map(_.map(f)))  
    def flatMap[B](f: A => FutureOption[B]): FutureOption[B] =  
        FutureOption(wrapped.flatMap {  
            case None => Future.successful(None)  
            case Some(x) => f(x).wrapped  
        })  
  
    extension[A] (opt_a: Option[A]) {  
        def lift: FutureOption[A] = FutureOption(  
            Future.successful(opt_a))  
    }  
  
    extension[A] (fut_a: Future[A]) {  
        def lift: FutureOption[A] =  
            FutureOption(fut_a.map(Some(_)))  
    }  
}
```

*Lift-Operationen*

```
def isPrime(n: Long): Future[Boolean] =  
    Future {  
        Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1)  
            .count(n % _ == 0) == 0  
    }  
  
def toLong(str: String): Option[Long] =  
    str.toLongOption  
  
def f(str: String): FutureOption[String] = {  
    for (l <- toLong(str).lift;  
         b <- isPrime(l).lift)  
    yield  
        if (b) s"$str is prime"  
        else s"$str is not prime"  
    }  
}
```

*Ohne Anpassung der Basisoperationen  
Statt dessen Lift-Operationen*

# Monaden kombinieren

---

## Monaden kombinieren – Future / List

**Beispiel** List und Future kombinieren

So wäre es schön, geht aber nicht:

```
def countFactors(l: Long): Future[Long] = {
  def isPrime(n: Long): Boolean = Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1).count(n % _ == 0) == 0

  Future {
    Range.Long(2L, l / 2 + 1, 1)
      .filter((i: Long) =>
        l % i == 0 && isPrime(i))
      .length
  }
}

// so nicht:
val res =
  for (lng <- List[Long](2946901, 29469010, 294690100);
       count <- countFactors(lng)) // Found: scala.concurrent.Future[String] Required: IterableOnce[Any]
  yield s"$lng has ${count} prime factors"
```

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / List

Beispiel Future[List[•]] ~> FutureList[•]

Konzept:

```
def countFactors(l: Long): Future[Long] = ...

case class FutureList[A](wrapped: Future[List[A]]) {
  def map[B](f: A => B): FutureList[B] = ???
  def flatMap[B](f: A => FutureList[B]): FutureList[B] = ???
}

extension[A] (lst: List[A]) {
  def liftL: FutureList[A] = ???
}

extension[A] (fut: Future[A]) {
  def liftF: FutureList[A] = ???
}

val res =
  for (lng <- List(2946901, 29469010, 294690100).liftL;
       count <- countFactors(lng).liftF)
    yield s"$lng has ${count} prime factors"
```

Die Typen passen!

Können die Methoden entsprechend definiert werden?

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / List

Beispiel `Future[List[•]] ~> FutureList[•]`

Die lift-Operationen und map sind offensichtlich:

```
case class FutureList[A](wrapped: Future[List[A]]) {  
    def map[B](f: A => B): FutureList[B] =  
        FutureList(wrapped.map(_.map(f)))  
    def flatMap[B](f: A => FutureList[B]): FutureList[B] = ???  
}  
  
extension[A] (lst_a: List[A]) {  
    def liftFL: FutureList[A] = FutureList(Future.successful(lst_a))  
}  
  
extension[A] (fut_a: Future[A]) {  
    def liftFL: FutureList[A] = FutureList(fut_a.map(List(_)))  
}
```

*alles entsprechend zu  
FutureOption – ausser flatMap*

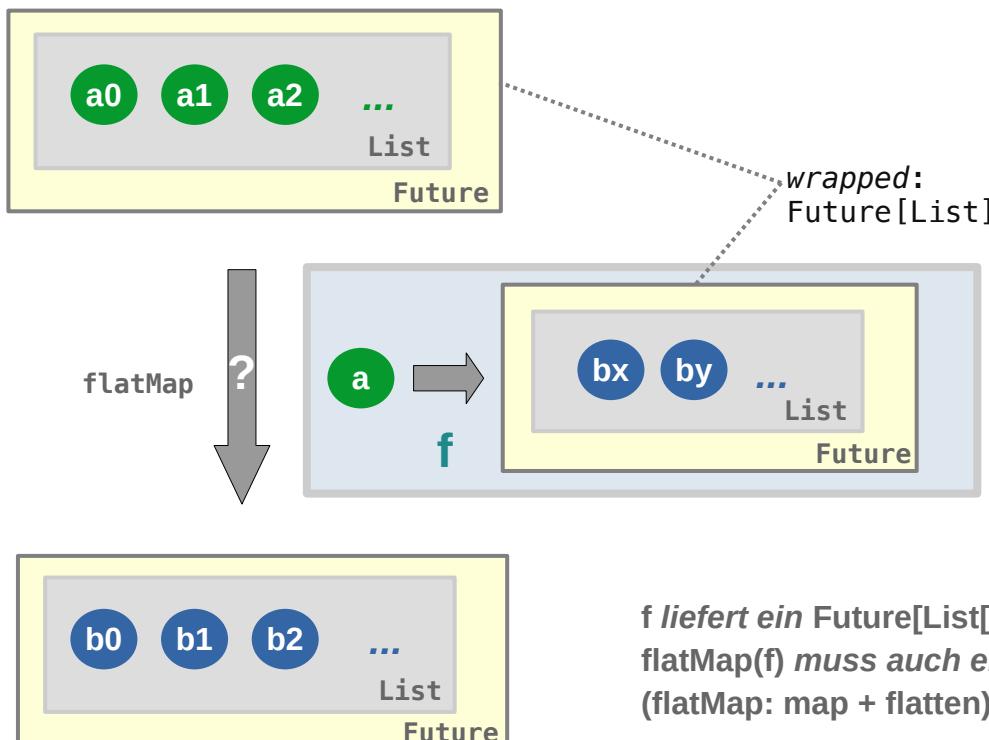
# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / List

Beispiel `Future[List[•]] ~> FutureList[•]`

`flatMap`:

```
case class FutureList[A](wrapped: Future[List[A]]) {  
  def map[B](f: A => B): FutureList[B] = FutureList(wrapped.map(_.map(f)))  
  def flatMap[B](f: A => FutureList[B]): FutureList[B] = ???  
}
```



*Signatur von flatMap:  
– das fordern die Typen --*

*f liefert ein Future[List[•]]  
flatMap(f) muss auch ein Future[List[•]] liefern  
(flatMap: map + flatten)*

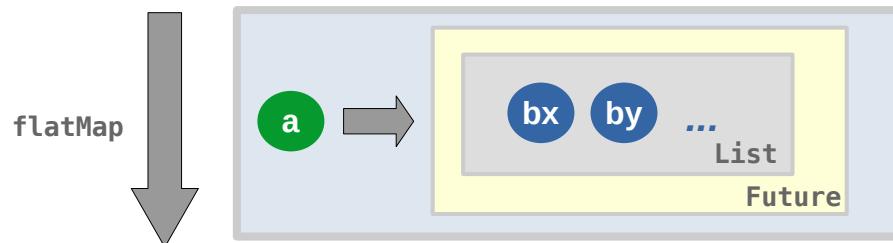
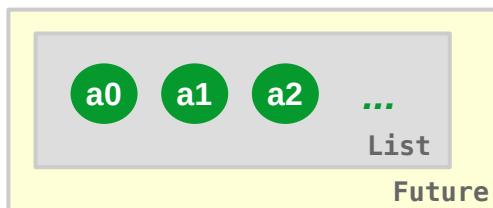
# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / List

Beispiel `Future[List[•]] ~> FutureList[•]`

`flatMap`:

```
case class FutureList[A](wrapped: Future[List[A]]) {  
  def map[B](f: A => B): FutureList[B] = FutureList(wrapped.map(_.map(f)))  
  def flatMap[B](f: A => FutureList[B]): FutureList[B] = ???  
}
```



*Nahe liegende Implementierung:  
Die verschachtelten Werte von f  
werden („innen“) verkettet*



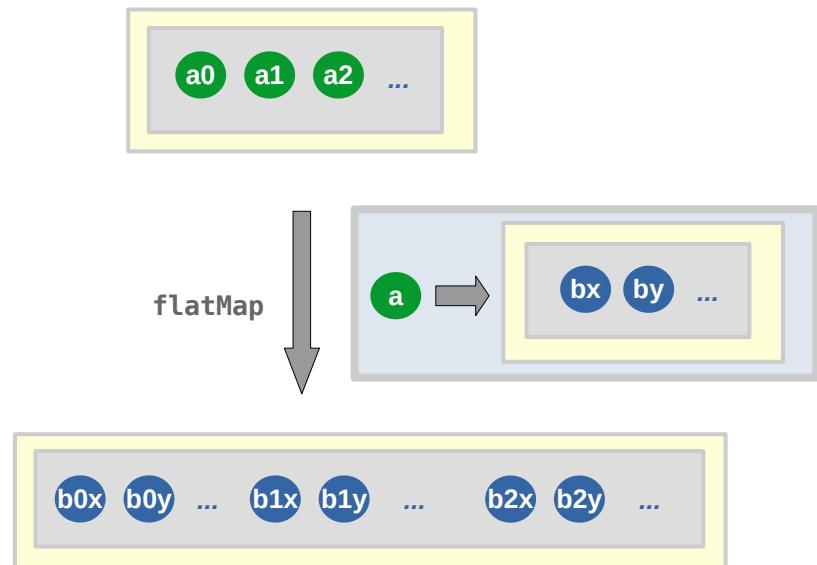
# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / List

Beispiel Future[List[•]] ~> FutureList[•]

FlatMap: Die verschachtelten Werte von f werden verkettet

```
def flatMap[B](f: A => FutureList[B]): FutureList[B] = {  
  
  def concat[A](fl1: Future[List[A]], fl2: Future[List[A]]): Future[List[A]] =  
    for (x <- fl1;  
         y <- fl2)  
      yield x :: y  
  
  FutureList(  
    wrapped.flatMap( (lst: List[A]) =>  
      lst.foldLeft(  
        Future.successful(Nil: List[B])  
      )(  
        (acc: Future[List[B]], a: A) =>  
        concat(f(a).wrapped, acc)  
      )  
    )  
  )  
}
```



# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / List

Beispiel Future[List[•]] ~> FutureList[•]

Insgesamt:

```
case class FutureList[A](wrapped: Future[List[A]]) {  
    def map[B](f: A => B): FutureList[B] = FutureList(wrapped.map(_.map(f)))  
    def flatMap[B](f: A => FutureList[B]): FutureList[B] = {  
        def concat[A](fl1: Future[List[A]], fl2: Future[List[A]]): Future[List[A]] =  
            for (x <- fl1;  
                 y <- fl2)  
                yield x :: y  
  
        FutureList(  
            wrapped.flatMap( (lst: List[A]) =>  
                lst.foldLeft(  
                    Future.successful(Nil: List[B])  
                )(  
                    (acc: Future[List[B]], a: A) =>  
                    concat(f(a).wrapped, acc)  
                )  
            )  
        )  
    }  
}  
  
extension[A] (lst_a: List[A]) {  
    def liftFL: FutureList[A] = FutureList(Future.successful(lst_a))  
}  
  
extension[A] (fut_a: Future[A]) {  
    def liftFL: FutureList[A] = FutureList(fut_a.map(List(_)))  
}
```

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Future / List

Beispiel Future[List[•]] ~> FutureList[•]

Anwendungsbeispiel:

```
val res =  
  for (lng <- List(2946901L, 29469010L, 294690100L).liftL;  
       count <- countFactors(lng).liftF)  
    yield s"$lng has ${count} prime factors"  
  
res.wrapped.onComplete {  
  case Success(value) => println(value.mkString("\n"))  
  case Failure(e) => println(e)  
}  
  
Thread.sleep(10000)
```

294690100 has 3 prime factors  
29469010 has 3 prime factors  
2946901 has 0 prime factors

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Reader / Option

### Beispiel A: Termauswertung mit Option zur Fehlerbehandlung

```
given Monad[Option] {
  def pure[A](a: A): Option[A] = Some(a)

  extension[A, B](oa: Option[A]) {
    def flatMap(f: A => Option[B]): Option[B] =
      oa.flatMap(f)

    override def map(f: A => B): Option[B] =
      oa.map(f)
  }
}

// Termauswertung mit der Option-Monade
def eval(term: Term): Option[Int] = term match {
  case Literal(v)    => summon[Monad[Option]].pure(v)
  case Add(t1, t2)   => for (v1 <- eval(t1); v2 <- eval(t2)) yield v1 + v2
  case Sub(t1, t2)   => for (v1 <- eval(t1); v2 <- eval(t2)) yield v1 - v2
  case Mult(t1, t2)  => for (v1 <- eval(t1); v2 <- eval(t2)) yield v1 * v2
  case Div(t1, t2)   =>
    for (v1 <- eval(t1);
         v2 <- eval(t2);
         if (v2 != 0))
      yield v1 / v2
}

val term1: Term = Add(Literal(18), Div(Mult(Literal(12), Literal(4)), Literal(2)))
val term2: Term = Add(Literal(18), Div(Mult(Literal(12), Literal(4)), Literal(0)))
val termValue1 = eval(term1) // Some(42)
val termValue2 = eval(term2) // None
```

```
enum Term {
  case Literal(v: Int)
  // kein case Const(name: String)
  case Add(t1: Term, t2: Term)
  case Sub(t1: Term, t2: Term)
  case Mult(t1: Term, t2: Term)
  case Div(t1: Term, t2: Term)
}

import Term._
```

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Reader / Option

### Beispiel B : Termauswertung mit Reader für definierte Konstanten

```
case class Reader[Z, A](run: Z => A) {  
    def apply(z: Z): A = run(z)  
}  
  
type Env = Map[String, Int]  
type EnvReader[A] = Reader[Env, A]  
  
given Monad[EnvReader] with {  
    def pure[A](a: A): EnvReader[A] = Reader(z => a)  
  
    extension[A, B](x: EnvReader[A]) {  
        def flatMap(f: A => EnvReader[B]): EnvReader[B] =  
            Reader(z => f(x(z))(z))  
  
        override def map(f: A => B): EnvReader[B] =  
            Reader(x.run andThen f)  
    }  
  
    def eval(term: Term): EnvReader[Int] = term match {  
        case Literal(v) =>  
            Monad[EnvReader].pure(v)  
        case Const(name) =>  
            Reader(env => env(name))  
        case Add(t1, t2) =>  
            for (v1 <- eval(t1); v2 <- eval(t2)) yield v1 + v2  
        case Sub(t1, t2) =>  
            for (v1 <- eval(t1); v2 <- eval(t2)) yield v1 - v2  
        case Mult(t1, t2) =>  
            for (v1 <- eval(t1); v2 <- eval(t2)) yield v1 * v2  
    }  
}
```

```
enum Term {  
    case Literal(v: Int)  
    case Const(name: String)  
    case Add(t1: Term, t2: Term)  
    case Sub(t1: Term, t2: Term)  
    case Mult(t1: Term, t2: Term)  
    // kein case Div(t1: Term, t2: Term)  
}  
import Term._
```

```
val term: Term = Add(  
    Mult(Literal(18), Const("two")),  
    Add(Const("four"), Const("two")))
```

```
val termValueInEnv = eval(term)
```

```
val res = termValueInEnv(  
    Map("two" -> 2,  
        "four" -> 4)) // 42
```

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Reader / Option

**Beispiel C** : Termauswertung mit Reader und Option für Terme mit Konstanten und Fehlerbehandlung

Definition einer monadischen Reader/Option-Klasse

```
case class Reader[Z, A](run: Z => A) {  
    def apply(z: Z): A = run(z)  
}  
  
type Env = Map[String, Int]  
type EnvReaderOpt[A] = Reader[Env, Option[A]]
```

*Option in Reader nicht Reader  
in Option! – So sieht es  
irgendwie „natürlicher“ aus, als  
umgekehrt.*

```
given Monad[EnvReaderOpt] with {  
    def pure[A](a: A): EnvReaderOpt[A] = Reader(z => Some(a))  
  
    extension[A, B](x: EnvReaderOpt[A]) {  
        def flatMap(f: A => EnvReaderOpt[B]): EnvReaderOpt[B] =  
            Reader(z => x.run(z) match {  
                case Some(a) => f(a).run(z)  
                case None => None  
            })  
  
        override def map(f: A => B): EnvReaderOpt[B] =  
            Reader(z => x.run(z).map(f))  
    }  
}
```

*None muss abgefangen werden.  
In flatMap mit expliziter  
Fallunterscheidung, in map  
reicht dazu map.*

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Reader / Option

**Beispiel C : Termauswertung mit Reader und Option für definierte Konstanten und Fehlerbehandlung**

Geben wir ihr auch noch einen Filter:

```
given MWithFilter[EnvReaderOpt] with {
  def pure[A](a: A): EnvReaderOpt[A] = Reader(z => Some(a))

  extension[A, B](x: EnvReaderOpt[A]) {
    def flatMap(f: A => EnvReaderOpt[B]): EnvReaderOpt[B] =
      Reader(z => x.run(z) match {
        case Some(a) => f(a).run(z)
        case None => None
      })
    override def map(f: A => B): EnvReaderOpt[B] =
      Reader(z => x.run(z).map(f))
    def withFilter(p: A => Boolean): EnvReaderOpt[A] =
      Reader( z => x.run(z).filter(p) )
  }
}
```

*Typklassen-Instanz:  
EnvReaderOpt ist eine Monade  
mit Filter*

```
trait MWithFilter[F[_]] extends Monad[F] {
  extension[A, B](x: F[A]) {
    def withFilter(f: A => Boolean): F[A]
  }
}

object MWithFilter {
  def apply[F[_]: MWithFilter] =
    summon[MWithFilter[F]]
}
```

*Typklasse: Monade mit Filter*

# Monaden kombinieren

## Monaden kombinieren – Reader / Option

Beispiel C : Termauswertung mit Reader und Option für definierte Konstanten und Fehlerbehandlung

```
def eval(term: Term): EnvReaderOpt[Int] =  
  term match {  
    case Literal(v)    =>  
      MWithFilter[EnvReaderOpt].pure(v)  
    case Const(n)      =>  
      Reader(env => Some(env(n)))  
    case Add(t1, t2)   =>  
      for (v1 <- eval(t1);  
            v2 <- eval(t2))  
        yield v1 + v2  
    case Sub(t1, t2)   =>  
      for (v1 <- eval(t1);  
            v2 <- eval(t2))  
        yield v1 - v2  
    case Mult(t1, t2)  =>  
      for (v1 <- eval(t1);  
            v2 <- eval(t2))  
        yield v1 * v2  
    case Div(t1, t2)   =>  
      for (v1 <- eval(t1);  
            v2 <- eval(t2);  
            if v2 != 0)  
        yield v1 / v2  
  }  
  
enum Term {  
  case Literal(v: Int)  
  case Const(name: String)  
  case Add(t1: Term, t2: Term)  
  case Sub(t1: Term, t2: Term)  
  case Mult(t1: Term, t2: Term)  
  case Div(t1: Term, t2: Term)  
}  
import Term._  
  
val term1: Term = Add(  
  Mult(Literal(18), Const("two")),  
  Add(Const("four"), Const("two")))  
  
val term2 = Add(  
  Mult(Literal(18), Const("two")),  
  Div(Const("four"), (Sub(Const("two")), Literal(2))))  
  
val termValueInEnv1 = eval(term1)  
val res1 = termValueInEnv1(Map("two" -> 2, "four" -> 4)) // Some(42)  
  
val termValueInEnv2 = eval(term2)  
val res2 = termValueInEnv2(Map("two" -> 2, "four" -> 4)) // None
```

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

---

## Monaden kombinieren

Mit viel „mühsamer Bastelarbeit“ ist vieles möglich

Was ist grundsätzlich alles möglich?

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

---

## Kombination von Monaden

Gegeben seien zwei Monaden  $M_1$  und  $M_2$

Können sie (immer ?) wie in den vorhergehenden Beispielen

- Future + Option      => FutureOption( Future[Option[•]] )
- Future + List        => FutureList( Future[List[•]] )
- Reader + Option     => ReaderOption( Reader[Option[•]] )

zu einer Monade vereinigt werden:

- Ist  $M_1[M_2[•]]$  eine Monade wenn  $M_1$  und  $M_2$  Monaden sind?
- Sind  $M_1[M_2[•]]$  und  $M_2[M_1[•]]$  äquivalent?

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

Beispiel: `ListTry` vs `TryList`

```
def toInt(str: String): Try[Int] = Try { str.toInt }
val lst = List("1", "12", "two", "3")
```

```
case class ListTry[A](wrapped: List[Try[A]])

extension[A] (lst: List[A]) {
  def liftL: ListTry[A] = ???
}

extension[A] (tr: Try[A]) {
  def liftT: ListTry[A] = ???
}

given Monad[ListTry] with { ??? }

val res =
  for (s <- lst.liftL;
       i <- toInt(s).liftT)
    yield i
```

*TryList*

```
case class TryList[A](wrapped: Try[List[A]])

extension[A] (lst: List[A]) {
  def liftL: TryList[A] = ???
}

extension[A] (tr: Try[A]) {
  def liftT: TryList[A] = ???
}

given Monad[TryList] with { ??? }

val res =
  for (s <- lst.liftL;
       i <- toInt(s).liftT)
    yield i
```

*ListTry*

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

Beispiel: `ListTry` vs `TryList`

```
case class ListTry[A](wrapped: List[Try[A]])

given Monad[ListTry] with {

  def pure[A](a: A): ListTry[A] = ListTry(Success(a)::Nil)

  extension[A, B](x: ListTry[A]) {
    def flatMap(f: A => ListTry[B]): ListTry[B] =
      ListTry(
        x.wrapped.flatMap {
          case Failure(t) => List(Failure(t))
          case Success(a) => f(a).wrapped
        }
      )

    override def map(f: A => B): ListTry[B] =
      ListTry(x.wrapped.map(_.map(f)))
  }

  extension[A] (lst: List[A]) {
    def liftL: ListTry[A] = ListTry(lst.map(Success(_)))
  }

  extension[A] (tr: Try[A]) {
    def liftT: ListTry[A] = ListTry(List(tr))
  }
}
```

*flatMap und map werden an das geschachtelte Objekt delegiert.  
Bei flatMap muss dazu mit einer expliziten Fallunterscheidung gearbeitet werden. Bei map ist das nicht notwendig.*

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

Beispiel: `ListTry` vs `TryList`

```
def.toInt(str: String): Try[Int] = Try { str.toInt }

val lst = List("1", "12", "two", "3")
```

```
val res =
  for (s <- lst.liftL;
       i <- toInt(s).liftT)
    yield i
```

*liefert das erwartete Ergebnis:*

```
res.wrapped.mkString("\n")
Success(1)
Success(12)
Failure(java.lang.NumberFormatException: For input string: "two")
Success(3)
```

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

### Beispiel: ListTry vs TryList

```
case class TryList[A](wrapped: Try[List[A]])  
  
extension[A] (lst: List[A]) {  
  def liftL: TryList[A] = TryList(Success(lst))  
}  
  
extension[A] (tr: Try[A]) {  
  def liftT: TryList[A] = TryList(tr.map(List(_)))  
}  
  
given Monad[TryList] with {  
  
  def pure[A](a: A): TryList[A] = TryList( Success(List(a)) )  
  
  extension[A, B](x: TryList[A]) {  
    def flatMap(f: A => TryList[B]): TryList[B] = ???  
  
    override def map(f: A => B): TryList[B] =  
      TryList( x.wrapped.map( _.map(f) ) )  
  }  
}
```

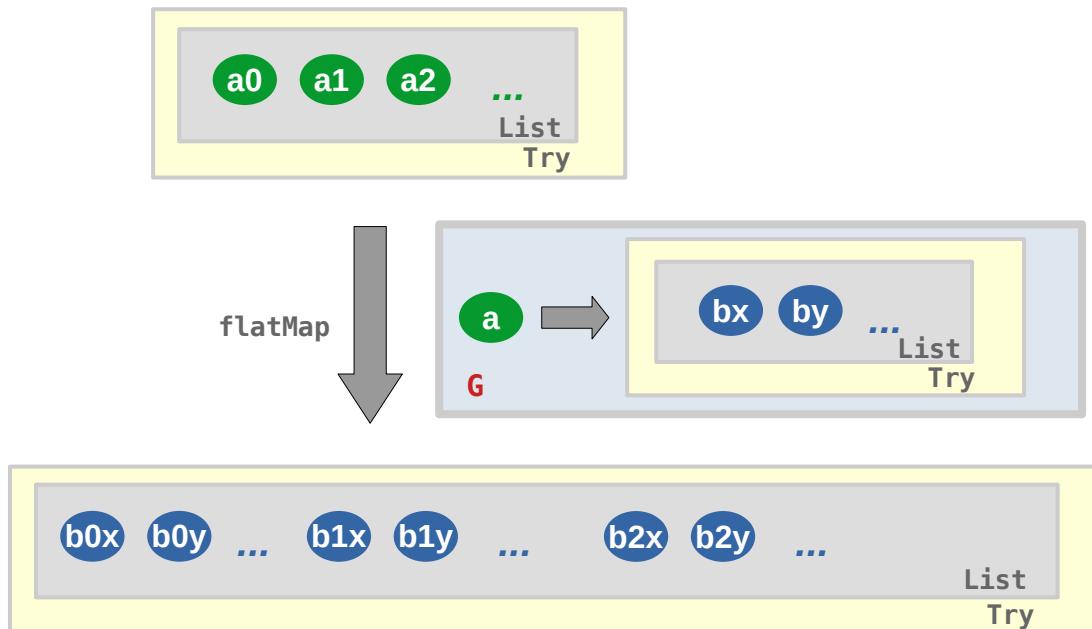
*TryList: Die Definition der Methoden  
hat eine naheliegende Form ....  
... ausser für flatMap*

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

### Beispiel: ListTry vs TryList / flatMap

```
def flatMap(f: A => TryList[B]): TryList[B] = {  
  def G(lst: List[A]): Try[List[B]] = ???  
  
  TryList (  
    x.wrapped.flatMap(  
      (lst: List[A]) => G(lst))  
  )  
}  
}
```



Die Funktion `f` kann uns viele `Try[List[B]]` liefern

Naheliegende Implementierung  
(siehe FutureList oben):  
Die verschachtelten Werte von  
`f` werden verkettet

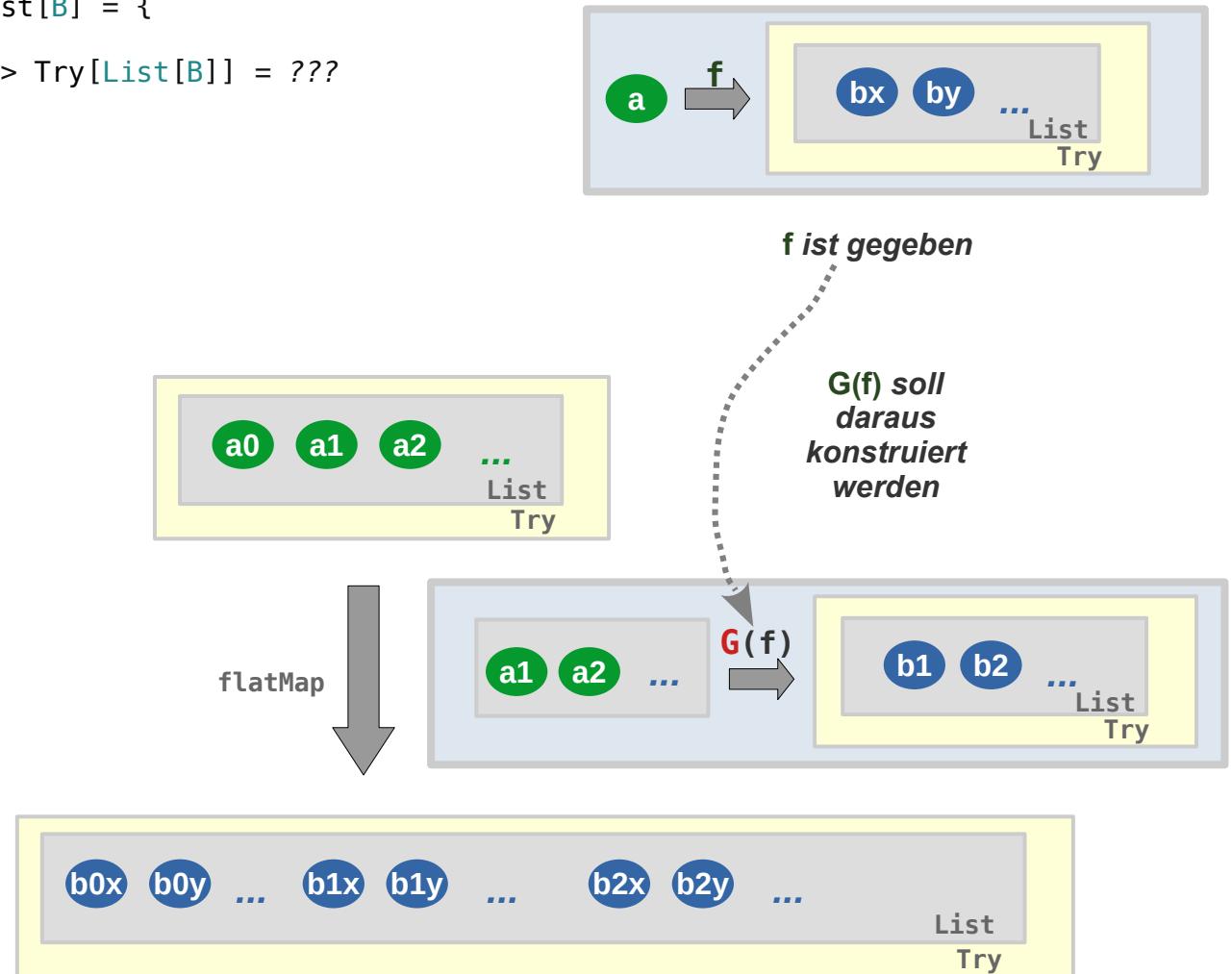
# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

Beispiel: ListTry vs TryList / flatMap

```
def flatMap(f: A => TryList[B]): TryList[B] = {  
  
  def G(f: A => TryList[B]): List[A] => Try[List[B]] = ???  
  
  TryList (  
    x.wrapped.flatMap(  
      (lst: List[A]) => G(f)(lst))  
  )  
}
```

*Nahe liegende  
Implementierung von G (siehe  
FutureList oben):  
Die verschachtelten Werte von  
f werden verkettet*



## Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

# Kombination von Monaden

## Beispiel: ListTry vs TryList / flatMap

**Die verschachtelten Werte von f werden verkettet:**

```

extension[A, B](x: TryList[A]) {
  def flatMap(f: A => TryList[B]): TryList[B] = {
    TryList(
      x.wrapped.flatMap(
        (lst: List[A]) => G(f)(lst)))
  }
}

def G[A, B](f: A => TryList[B]): List[A] => Try[List[B]] = {
  def concat[A](fl1: Try[List[A]], fl2: Try[List[A]]): Try[List[A]] =
    for (x <- fl1;
         y <- fl2)
      yield x :::: y
      Zwei verknüpfen

  lst => lst.foldLeft(
    Success(Nil: List[B]))
    ((acc: Try[List[B]], a: A) => Alle verknüpfen,
     concat(f(a).wrapped, acc))
}

```

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

Beispiel: ListTry vs TryList / flatMap

Liefert diese Definition das Erwartete ?

```
def toInt(str: String): Try[Int] = Try { str.toInt }
val lst = List("1", "12", "two", "3")
```

```
val resTL =
  for (s <- lst.liftL;
       i <- toInt(s).liftT)
    yield i
```

```
resTL.wrapped match {
  case Success(lst) => lst.mkString("\n")      → java.lang.NumberFormatException: For input string: "two"
  case Failure(e)   => println(e)
}
```

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

## Kombination von Monaden

Beispiel: **ListTry vs TryList / Beobachtung:**

$M_1[M_2[\cdot]]$  und  $M_2[M_1[\cdot]]$  sind nicht unbedingt äquivalent

```
def.toInt(str: String): Try[Int] = Try { str.toInt }
val lst = List("1", "12", "two", "3")
```

```
val resLT =
  for (s <- lst.liftL;
       i <- toInt(s).liftL)
    yield i
```

```
resLT.wrapped.mkString("\n")
```



```
Success(1)
Success(12)
Failure(java.lang.NumberFormatException: For input string: "two")
Success(3)
```

*ListTry*

```
val resTL =
  for (s <- lst.liftL;
       i <- toInt(s).liftT)
    yield i
```

```
resTL.wrapped match {
  case Success(lst)
    => lst.mkString("\n")
  case Failure(e)
    => println(e)
}
```

```
java.lang.NumberFormatException: For input string: "two"
```



*TryList*

# Kombination von Monaden: Möglichkeit und Grenzen

---

## Kombination von Monaden

Beispiel: [ListTry vs TryList](#)

TryList ?

Try ist wie Option und Either eine Pass / Fail – Monade:

Die „Iteration“ ist eine Verkettung von Operationen, die mit dem ersten Fehlschlag beendet wird.

Konsequenz:

Try, Option, Either sind nur als „innere Monaden“ sinnvoll

# Monadentransformer

---

## Kombination von Monaden

Mühsam und nicht immer möglich

Mit Bastelarbeit können

- etliche, aber nicht alle Monaden
- in der einen, der anderen oder in beiden Reihenfolgen

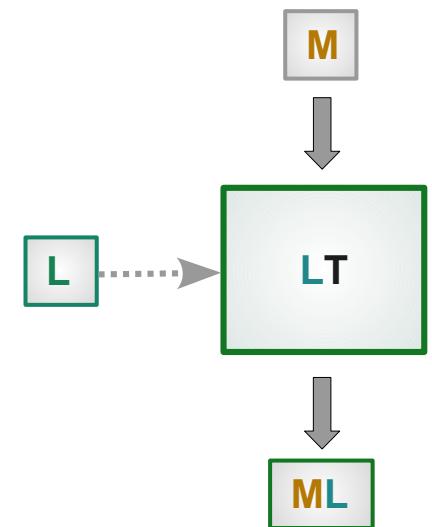
kombiniert werden.

Monadentransformer zur Vereinfachung der Kombination!

## Monadentransformer

### Die Idee

- Seien  $L$  und  $M$  zwei Monaden die kombiniert werden sollen
- Eine der der beiden –  $L$  – sei die Basis
- Zur Basis  $L$  wird ein Transformer  $LT[\cdot]$  definiert
- $LT$  wird auf  $M$  angewendet  $LT[M]$
- das liefert die Kombination von  $L$  und  $M$ :  $LT[M] \rightsquigarrow ML[\cdot]$
- Beispiel
  - $L = Try$
  - $M = List$
  - $TryT[List] \rightsquigarrow ListTry[\cdot]$



# Monadentransformer: TryT

---

## TryT[List]

Für TryT haben wir oben eine Vorlage

```
case class ListTry[A](wrapped: List[Try[A]])  
  
given Monad[ListTry] with {  
  
  def pure[A](a: A): ListTry[A] = ListTry(Success(a)::Nil)  
  
  extension[A, B](x: ListTry[A]) {  
    def flatMap(f: A => ListTry[B]): ListTry[B] =  
      ListTry(  
        x.wrapped.flatMap { // Bearbeite erfolgreiche Listenelemente mit f  
          case Failure(t) => List(Failure(t))  
          case Success(a) => f(a).wrapped  
        }  
      )  
  
    override def map(f: A => B): ListTry[B] =  
      ListTry(x.wrapped.map(_.map(f)))  
  }  
}
```

Sie muss nur verallgemeinert werden.

# Monadtransformer: TryT

# TryT[List]

**ListTry mit `List` => `M[_]`: Monad verallgemeinert, als Klassendefinition**

# Monadentransformer: TryT

## TryT[List]

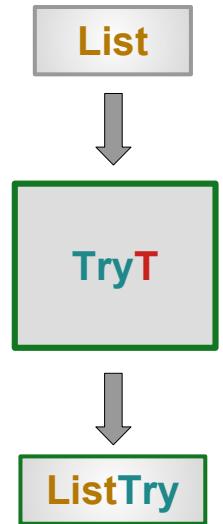
Ein kleiner Test zeigt, dass der Transformer sich so wie erwartet verhält:

```
def.toInt(str: String): Try[Int] = Try { str.toInt }
val lst = List("1", "12", "two", "3")

given Monad[List] with {
  def pure[A](x: A): List[A] =
    List(x)
  extension [A, B](xs: List[A]) {
    def flatMap(f: A => List[B]): List[B] =
      xs.flatMap(f) // flatMap der Klasse List
    override def map(f: A => B) =
      xs.map(f) // map der Klasse List, ignorieren das vordefinierte map
  }
}

val res =
  for (s <- lst.liftM;
       i <- toInt(s).liftT)
  yield i

println(res.wrapped.mkString("\n"))
```



Success(1)  
Success(12)  
Failure(java.lang.NumberFormatException: For input string: "two")  
Success(3)

# Monadentransformer: OptionT

---

## OptionT[•]

Der Monaden-Transformer für Option kann ebenfalls als Verallgemeinerung definiert werden.  
Beispielsweise als Verallgemeinerung von FutureOption

```
case class OptionT[M[_]: Monad, A](wrapped: M[Option[A]]) {  
  
  def map[B](f: A => B): OptionT[M, B] =  
    OptionT(wrapped.map(_.map(f)))  
  
  def flatMap[B](f: A => OptionT[M, B]): OptionT[M, B] =  
    OptionT(wrapped.flatMap {  
      case None => summon[Monad[M]].pure(None)  
      case Some(x) => f(x).wrapped  
    })  
  
  extension[M[_]: Monad, A] (opt_a: Option[A]) {  
    def liftOT: OptionT[M, A] =  
      OptionT(summon[Monad[M]].pure(opt_a))  
  }  
  
  extension[M[_]: Monad, A] (m_a: M[A]) {  
    def liftOT: OptionT[M, A] =  
      OptionT(m_a.map(Some(_)))  
  }  
}
```

# Monadentransformer: OptionT

## OptionT[•]

Anwendungsbeispiel:

```
import scala.concurrent.ExecutionContext
implicit val ec: ExecutionContext =
  ExecutionContext.global

def isPrime(n: Long): Future[Boolean] =
  Future (
    Range.Long(2L, n / 2 + 1, 1)
      .count(n % _ == 0) == 0
  )

def toLong(str: String): Option[Long] =
  str.toLongOption

def f(str: String): OptionT[Future, String] = {
  for (l <- toLong(str).liftOT;
       b <- isPrime(l).liftOT)
    yield
      if (b) s"$str is prime"
      else s"$str is not prime"
}
```

```
given Monad[Future] with {
  def pure[A](x: A): Future[A] = Future.successful(x)

  extension[A, B](fa: Future[A]) {
    def flatMap(f: A => Future[B]): Future[B] =
      fa.flatMap(f)

    override def map(f: A => B): Future[B] = fa.map(f)
  }
}

f("2946901").wrapped.onComplete {
  case Success(value) =>
    value match {
      case Some(str) => println(str)
      case None => println("Some Error occurred")
    }
  case Failure(e) => println(e)
}

Thread.sleep(3000)
```

2946901 is prime

# Monadentransformer: ReaderT

## ReaderT[•]

Definition als Verallgemeinerung der Kombination OptionReader

```
trait MWithFilter[F[_]] extends Monad[F] {
  extension[A, B](x: F[A]) {
    def withFilter(f: A => Boolean): F[A]
  }
}

object MWithFilter {
  def apply[F[_]: MWithFilter] = summon[MWithFilter[F]]
}

case class ReaderT[M[_]: MWithFilter, Z, A](run: Z => M[A]) {

  def map[B](f: A => B): ReaderT[M, Z, B] =
    ReaderT(z => run(z).map(f))

  def flatMap[B](f: A => ReaderT[M, Z, B]): ReaderT[M, Z, B] = {
    ReaderT(z => {
      val ma: M[A] = run(z)
      ma.flatMap(a => f(a).run(z))
    })
  }

  def withFilter(p: A => Boolean): ReaderT[M, Z, A] =
    ReaderT(z => run(z).withFilter(p))
}
```

*Wenn M filterbar ist, dann ist auch ReaderT[M] filterbar*

verallgemeinert

*run(z) match {  
 case Some(a) =>  
 f(a).wrapped(z)  
 case None =>  
 None  
}*

# Monadentransformer: ReaderT

---

## ReaderT[•]

### Beispiel Ausdrucksauswertung: Terme

```
enum Term {  
    case Literal(v: Int)  
    case Const(name: String)  
    case Add(t1: Term, t2: Term)  
    case Sub(t1: Term, t2: Term)  
    case Mult(t1: Term, t2: Term)  
    case Div(t1: Term, t2: Term)  
}  
import Term._
```

# Monadentransformer: ReaderT

## ReaderT[•]

### Beispiel Ausdrucksauswertung: generische Auswertungsfunktion

```
type Env = PartialFunction[String, Int]

def eval[M[_]: MWithFilterZero](term: Term): ReaderT[M, Env, Int] = term match {
  case Literal(v)    => ReaderT(env =>
    MWithFilter[M].pure(v))
  case Const(n)      => ReaderT(
    (env: Env) =>
      if (env.isDefinedAt(n)) MWithFilterZero[M].pure(env(n))
      else MWithFilter[M].zero)
  case Add(t1, t2)   =>
    for (v1 <- eval(t1);
         v2 <- eval(t2))
      yield v1 + v2
  case Sub(t1, t2)   =>
    for (v1 <- eval(t1);
         v2 <- eval(t2))
      yield v1 - v2
  case Mult(t1, t2)  =>
    for (v1 <- eval(t1);
         v2 <- eval(t2))
      yield v1 * v2
  case Div(t1, t2)   =>
    for (v1 <- eval(t1);
         v2 <- eval(t2);
         if v2 != 0)
      yield v1 / v2
}
```

*Env ist irgendeine partielle Funktion  
(Namen können ja undefiniert sein)*

*Weitere Fehlerquelle:*

*Wenn der Name n undefiniert ist, dann sollte die „leere“ Monade geliefert werden.  
M sollte darum ein zero haben.*

# Monadentransformer: ReaderT

## ReaderT[•]

### Beispiel Ausdrucksauswertung: Monade mit filter und zero

```
trait MWithFilterZero[F[_]] extends Monad[F] {
  def zero[A]: F[A]
  extension[A, B](x: F[A]) {
    def withFilter(f: A => Boolean): F[A]
  }
}

object MWithFilterZero {
  def apply[F[_]: MWithFilterZero] = summon[MWithFilterZero[F]]
}

case class ReaderT[M[_]: MWithFilterZero, Z, A](run: Z => M[A]) {

  def map[B](f: A => B): ReaderT[M, Z, B] =
    ReaderT(z => run(z).map(f))

  def flatMap[B](f: A => ReaderT[M, Z, B]): ReaderT[M, Z, B] = {
    ReaderT(z => {
      val ma: M[A] = run(z)
      ma.flatMap(a => f(a).run(z))
    })
  }

  def withFilter(p: A => Boolean): ReaderT[M, Z, A] =
    ReaderT(z => run(z).withFilter(p))
}
```

# Monadentransformer: ReaderT

---

## ReaderT[•]

### Beispiel Ausdrucksauswertung: Test

```
given MWithFilterZero[Option] with {
    def pure[A](a: A): Option[A] = Some(a)
    def zero[A]: Option[A] = None
    extension[A, B](o: Option[A]) {
        def flatMap(f: A => Option[B]): Option[B] =
            o.flatMap(f)
        override def map(f: A => B): Option[B] =
            o.map(f)
        def withFilter(p: A => Boolean): Option[A] =
            o.filter(p)
    }
}
val term: Term = Add(Literal(18), Div(Mult(Literal(12), Literal(4)), Const("two")))
val termValue1 = eval(term).run(Map("two" -> 2)) // Some(42)
val termValue2 = eval(term).run(Map("two" -> 0)) // None (Division durch 0)
val termValue3 = eval(term).run(Map("zwei" -> 2)) // None (Undefinierter Name)
```

# Monadentransformer: StateT

## State-Monade

$\text{State}[S, A] \approx S \Rightarrow (A, S)$

**State = Reader + Writer**

Berechnungen in einem veränderlichen Kontext

Beispiel: Auswertung von Termen mit inc-Operator

siehe Foliensatz 8: Auswertung ohne Fehlerbehandlung mit State-Monade

```
enum Term {  
    case Literal(v: Int)  
    case Variable(name: String)  
    case Inc(name: String)  
    case Add(t1: Term, t2: Term)  
    case Sub(t1: Term, t2: Term)  
    case Mult(t1: Term, t2: Term)  
    case Div(t1: Term, t2: Term)  
}  
  
def eval(exp: Term): State[Int, Env] = exp match {  
    case Literal(v)    => State.pure(v)  
    case Variable(n)  => State(env => (env(n), env))  
    case Inc(name)    => State(env => {  
        val v: Int = env.getOrDefault(name, 0)  
        (v, env + (name -> (v+1)))  
    })  
    case Add(t1, t2)   =>  
        for (v1 <- eval(t1);  
             v2 <- eval(t2))  
            yield v1 + v2  
  
    case Sub(t1, t2)   => ...  
    ...  
}
```

```
type Env = Map[String, Int]  
  
case class State[A, S](ma: S => (A, S)) {  
    def apply(s: S) = ma(s)  
    def map[B](f: A => B): State[B, S] =  
        State(s => {  
            val (a, newState) = ma(s)  
            (f(a), newState)  
        })  
    def flatMap[B](f: A => State[B, S]): State[B, S] =  
        State(s => {  
            val (a, s1) = ma(s)  
            f(a)(s1)  
        })  
}  
  
object State {  
    def pure[A, S](a: A): State[A, S] = State(s => (a, s))  
}
```

*Keine Fehlerbehandlung:  
Absturz bei Division durch 0!*

# Monadentransformer: StateT

## State-Monade

### Beispiel: Auswertung von Termen mit inc-Operator

```
val term =  
  Div(  
    Add(  
      Add(  
        Mult( Add(Inc("x")), Literal(10)),  
        Add(Inc("x"), Inc("x"))),  
      Mult(  
        Add(Inc("y"), Inc("x")),  
        Inc("y"))  
    ),  
    Add(  
      Inc("x"),  
      Inc("x"))  
  ),  
  Variable("z")  
)
```

```
val result = eval(term)(Map("z" -> 1))._1 // 42
```

```
val result = eval(term)(Map("z" -> 0))._1 // java.lang.ArithmetricException: / by zero
```

*Fehlerbehandlung, z.B. mit Option, kann das Problem lösen. Dazu muss State mit Option kombiniert werden.*

# Monadentransformer: StateT

## StateT

Kombination: **State + Option** (siehe Foliensatz 8)

```
case class StateOpt[S, A](run: S => Option[(A, S)]) {  
  def map[B](f: A => B): StateOpt[S, B] =  
    StateOpt(s1 => run(s1).map {  
      case (a, s2) => (f(a), s2)  
    })  
  def flatMap[B](f: A => StateOpt[S, B]): StateOpt[S, B] =  
    StateOpt(s1 => run(s1).flatMap {  
      case (a, s2) => f(a).ma(s2)  
    })  
  }  
  
object StateOpt {  
  def pure[A, S](a: A): StateOpt[S, A] =  
    StateOpt(s => Some(a, s))  
}
```

# Monadentransformer: StateT

## StateT

Verallgemeinerung von Option zu M: MWithFilterZero  
in StateOption

```
trait MWithFilterZero[F[_]] extends Monad[F] {
  def zero[A]: F[A]
  extension[A, B](x: F[A]) {
    def withFilter(f: A => Boolean): F[A]
  }
}

object MWithFilterZero {
  def apply[F[_]: MWithFilterZero] = summon[MWithFilterZero[F]]
}
```

```
case class StateT[M[_]: MWithFilterZero, S, A](run: S => M[(A, S)]) {

  def map[B](f: A => B): StateT[M, S, B] =
    StateT(s1 => run(s1).map {
      case (a, s2) => (f(a), s2)
    })

  def flatMap[B](f: A => StateT[M, S, B]): StateT[M, S, B] =
    StateT(s1 => run(s1).flatMap {
      case (a, s2) => f(a).run(s2)
    })

  def withFilter(p: A => Boolean): StateT[M, S, A] =
    StateT(z => run(z).withFilter(x => p(x._1)))
}
```

# Monadentransformer: StateT

## StateT

### Generische Auswertungsfunktion

```
type Env = Map[String, Int]
```

```
def eval[M[_]: MWithFilterZero](exp: Term): StateT[M, Env, Int] = exp match {
  case Literal(v)    => StateT(env => summon[Monad[M]].pure(v, env))
  case Variable(name) => StateT(
    env =>
      if (env.isDefinedAt(name)) {
        MWithFilterZero[M].pure(env(name), env)
      } else {
        MWithFilterZero[M].zero
      }
  )
  case Inc(name)   => StateT(
    (env: Env) =>
      if (env.isDefinedAt(name)) {
        val v = env(name)
        MWithFilterZero[M].pure(
          env(name),
          env + (name -> (v+1)))
      } else {
        MWithFilterZero[M].zero
      }
  )
}
```

```
enum Term {
  case Literal(v: Int)
  case Variable(name: String)
  case Inc(name: String)
  case Add(t1: Term, t2: Term)
  case Sub(t1: Term, t2: Term)
  case Mult(t1: Term, t2: Term)
  case Div(t1: Term, t2: Term)
}
import Term._
```

```
case Add(t1, t2)  =>
  for (v1 <- eval(t1);
       v2 <- eval(t2))
    yield v1 + v2
case Sub(t1, t2)  =>
  for (v1 <- eval(t1);
       v2 <- eval(t2))
    yield v1 - v2
case Mult(t1, t2) =>
  for (v1 <- eval(t1);
       v2 <- eval(t2))
    yield v1 * v2
case Div(t1, t2)  =>
  for (v1 <- eval(t1);
       v2 <- eval(t2);
       if v2 != 0)
    yield v1 / v2
```

# Monadentransformer: StateT

## StateT

### Generische Auswertungsfunktion: Anwendungsbeispiel

```
val term =  
  Div(  
    Add(  
      Add(  
        Mult(Add(Inc("x"), Literal(10)),  
              Add(Inc("x"), Inc("x"))),  
        Mult(  
          Add(Inc("y"), Inc("x")),  
          Inc("y"))  
      ),  
      Add(  
        Inc("x"),  
        Inc("x"))  
    ),  
  Variable("z")  
)
```

```
given MWithFilterZero[Option] with {  
  
  def pure[A](a: A): Option[A] = Some(a)  
  
  def zero[A]: Option[A] = None  
  
  extension[A, B](o: Option[A]) {  
  
    def flatMap(f: A => Option[B]): Option[B] =  
      o.flatMap(f)  
  
    override def map(f: A => B): Option[B] =  
      o.map(f)  
  
    def withFilter(p: A => Boolean): Option[A] =  
      o.filter(p)  
  }  
  
  val resultInState = eval(term)  
  
  val res = resultInState.run( Map("x" -> 1, "y" -> 0, "z" -> 1) )
```