

Name:

Vorname:

Matrikel:

Semester:

---

1.  $A = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ ,  $+$ ,  $\cdot$  sind die üblichen Rechenoperationen.

- (a) Zeigen Sie, dass  $(A, +, \cdot)$  eine algebraische Struktur ist.
- (b) Warum ist  $(A, +, \cdot)$  assoziativ, kommutativ und distributiv?
- (c) Bestimmen Sie die neutralen Elemente beider Operationen.
- (d) Bestimmen Sie die Inversen bzgl.  $+$  und  $\cdot$  von  $a + b\sqrt{2}$ .
- (e) Ist  $(A, +, \cdot)$  ein Körper?

2. Durch die gegebene Relationstabelle wird eine Relation auf  $M = \{a, b, c, d, e\}$  definiert.

- (a) Zeigen Sie, dass  $R$  eine Halbordnung ist, indem Sie ein HASSE-Diagramm für  $R$  erstellen.
- (b) Bestimmen Sie Supremum, Infimum, maximale und minimale Elemente von  $A = \{a, b, c\}$ .

$R$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
$a$	$\times$	$\times$		$\times$	
$b$		$\times$			
$c$			$\times$		
$d$				$\times$	
$e$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$

3.  $f(x, y) = x^4y - x^2y^2 + 8xy$

- (a) Bestimmen Sie die Tangentialebene von  $f$  im Punkt  $(x, y) = (1, 1)$ . (Koordinatengleichung)
- (b) In welchen Punkten hat  $f$  eine horizontale Tangentialebene?
- (c) Hat  $f$  Extremalwerte?

4. Lösen Sie die DGL  $(x + e^x) \cdot y' = (1 + e^x) \cdot y^2$  mit  $y(0) = 2$ .

5. Lösen Sie die DGL  $y''' - 2y'' - 3y' = 2x^2 + e^{-x}$ .

---

**Hinweise:**

- für jede Aufgabe ein neues Blatt beginnen
  - Programme (auch im Rechner eingebaute) sind **nicht zugelassen**
  - alle Antworten und Lösungen ausführlich begründen
  - Lösungen mit allen Zwischenschritten angeben
- 

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\Sigma$
Punkte	8	3	5	3	8	27
erreicht						