

Übungsaufgaben zur Mathematik

Rotationskörper

1. Bestimmen Sie das Volumen, die Mantelfläche, den Schwerpunkt und das Massenträgheitsmoment (bezüglich der x-Achse) der Rotationskörper, die durch die Funktion $f(x)$ auf $[a, b]$ durch Rotation um die x-Achse erzeugt werden:

(a) $f(x) = 1/x$; $[a, b] = [1, 2]$

(d) $f(x) = e^x$; $[a, b] = [0, 1]$

(b) $f(x) = \sqrt{x}$; $[a, b] = [0, 1]$

(e) $f(x) = \sin(e^x)$; $[a, b] = [0, 1]$

(c) $f(x) = \ln x$; $[a, b] = [1, 2]$

(f) $f(x) = 1 - x^2$; $[a, b] = [-1, 1]$

2. Berechnen Sie das Volumen folgender *unendlicher* durch $f(x)$ erzeugter Rotationskörper:

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$ auf $[1, \infty[$ und $]0, 1]$

(b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ auf $[1, \infty[$

(c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ auf $]0, 1]$

(d) $f(x) = e^{-x}$ auf $[0, \infty[$

3. $V(b)$ sei das Volumen des von $f(x) = xe^{-x}$ auf dem Intervall $[0, b]$ erzeugten Rotationskörpers. Berechnen Sie

(a) $V(b)$ für beliebiges $b > 0$

(b) $V(\infty)$

(c) $V(b_w)$, wobei b_w der Wendepunkt von f ist.

4. S sei das von den Funktionen $f(x) = x^2$ und $g(x) = \ln(x+1)$ eingeschlossene Flächenstück, K der Körper, der durch Rotation von S um die x-Achse erzeugt wird. Berechnen Sie

(a) den Flächeninhalt und Umfang von S ,

(b) das Volumen und die Oberfläche von K .