

Übungsaufgaben zur Mathematik

Lineare Gleichungssysteme

1. Bestimmen Sie die Lösungen des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{array}{rcl} x_4 + x_1 + 2x_6 - x_5 & = & 0 \\ x_6 + 2x_3 + 3x_4 + x_2 & = & 3 \\ 2x_3 + 3x_4 + x_5 & = & 0 \\ x_6 & - & x_4 = 2 \end{array}$$

2. Lösen Sie folgende Gleichungssysteme mit dem *GAUSS-Algorithmus*:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \begin{array}{rcl} -x_1 + 8x_2 + 3x_3 & = & 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 & = & 1 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 & = & -1 \end{array} \\ \text{(b)} & \begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = & 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 & = & 1 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 & = & 8 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{(c)} & \begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 5 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & -10 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & 3 & -10 & -19 \\ 1 & -1 & 2 & -3 & -5 \end{array} \\ \text{(d)} & \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 4 & 3 & 9 \\ 3 & 6 & -1 & 8 & 10 \end{array} \end{array}$$

3. Bestimmen Sie λ_1, λ_2 und $\lambda_3 \in \mathbb{R}$ mit $(4, 3, 1) = \lambda_1(1, 2, 3) + \lambda_2(0, 1, 1) + \lambda_3(1, 4, 0)$.

4. Sind die Vektor *linear abhängig* oder *unabhängig*?

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & (1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1) \\ \text{(b)} & (1, 2, 3), (-1, 2, 7), (-1, 0, 2) \\ \text{(c)} & (1, 1, 0, 0), (2, -1, 1, 1), (3, 0, 1, 1) \end{array}$$

5. Für welche Werte von α und $\beta \in \mathbb{R}$ hat das folgende Gleichungssystem *keine, genau eine, mehr als eine* Lösung? Geben Sie die Lösungen in Abhängigkeit von α an!

$$\begin{array}{rcl} \alpha x_1 + x_2 + \beta x_3 & = & 1 \\ \beta x_1 - \alpha x_3 & = & 1 \\ x_1 - \alpha x_2 & = & -1 \\ \beta x_2 - x_3 & = & -1 \end{array}$$