Übungsaufgaben zur Mathematik

LAPLACE-Transformation

1. Berechnen Sie $\int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt$ für geeignete $s \in \mathbb{C}$ und

(a) $f(t) = 1$ (b) $f(t) = t$ (c) $f(t) = e^{\alpha t}$ $(\alpha \in \mathbb{R})$

2. Bestimmen Sie die *LAPLACE-Transformierte* zu $f(t) =$

(a) 3 (b) t^2 (c) $te^{-\alpha t}$ (d) $t^2 e^{-\alpha t}$ (e) $3 + 2t^2$ (f) $\frac{\alpha}{\beta} + (1 - \frac{\alpha}{\beta}) e^{-\beta t}$ $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$

3. Bestimmen Sie die *Originalfunktion* $f(t)$ zu $F(p) =$

(a) $\frac{2}{p(p-3)} + \frac{3}{p+2}$ (b) $\frac{3}{(p-3)(p+2)}$ (c) $\frac{2\omega + 3p}{p^2 + \omega^2}$

4. Zeigen Sie:

(a) $L(f''') = p^3 L(f) - p^2 f(0) - pf'(0) - f''(0)$

(b) $L(\alpha f + \beta g) = \alpha L(f) + \beta L(g)$

5. Lösen Sie folgende *Differentialgleichungen* mittels *LAPLACE-Transformation*:

(a) $y' - 3y = 2$ $\quad y(0) = 1$

(b) $y' + 2y = 3e^t$ $\quad y(0) = 0$

(c) $y' - 2y = e^{2t}$ $\quad y(0) = 0$

(d) $y' + 2y = \sin(2t)$ $\quad y(0) = 0$

6. Lösen Sie mittels *LAPLACE-Transformation* für $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$:

(a) $y'' - y = e^{2t}$

(b) $y'' - y = 2e^t$

(c) $y'' - 5y' + 6y = 3$

(d) $y'' - 5y' + 6y = 2\sin(2t)$