

Name:

Vorname:

Matrikel:

Semester:

1. Funktion $f(x, y) = x^2y - xy^3 - 8x$

- (a) Bestimmen Sie die Tangentialebene von f im Punkt $(x, y) = (1, 1)$ (als Koordinatenform).
(b) In welchen Punkten hat f eine horizontale Tangentialebene?

2. Vektorfeld $\vec{F}(x, y, z) = (y^2z^3 + e^x(2x + x^2), 2xyz^3 + e^z, 3xy^2z^2 + ye^z)$

- (a) Zeigen Sie, dass \vec{F} ein Gradientenfeld ist.
(b) Bestimmen Sie ein Potential Φ mit $\text{grad } \Phi = \vec{F}$.
(c) Berechnen Sie $\int_k \vec{F}$ für einen beliebigen Weg k von $(0, 0, 0)$ nach $(1, 1, 1)$.

3. Differentialgleichung $y''' - 2ay'' + by' = e^{2x}$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine homogene Lösung (abhängig von a und b).
(*Sorgfältige Fallunterscheidung!*)
(b) Für welche a, b liegt Resonanz vor? Drücken Sie b durch a aus.
(c) Bestimmen Sie den *Ansatz* für eine spezielle inhomogene Lösung.

4. Zeigen Sie: $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \perp)$ mit $x \perp y := \frac{xy}{2}$ ist eine abelsche Gruppe.

5. G sei die Menge der Elemente von Z_9 , die bezüglich der Multiplikation modulo 9 invertierbar sind.

- (a) Bestimmen Sie G und die jeweiligen inversen Elemente.
(b) Zeigen Sie: G ist mit der Modulo-9-Multiplikation eine Gruppe.

6. Zeigen Sie: $\neg(\alpha \vee \beta) \vee \neg(\alpha \vee \bar{\beta}) = \bar{\alpha}$.

7. (a) Wieviele Teiler hat $N = 55240493$?

- (b) Bestimmen Sie das kleinste n , dessen Teilverband T_n strukturgleich zu T_N ist.
(c) Ist der Verband T_N komplementär?
-

Beachten Sie bitte folgende Hinweise:

- für **jede Aufgabe** ein **neues Blatt** beginnen
 - alle **Antworten und Lösungen ausführlich** begründen
 - Lösungen mit allen **Zwischenschritten** angeben
-

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
Punkte	4	4	6	3	5	2	3	27
erreicht								