Prof. Dr. K. Wüst
FH Gießen–Friedberg, FB MNI

WS 2008/2009
Studiengang Informatik

Klausur zu Naturwissenschaftliche Grundlagen und Anwendungen

13.2.2009

Aufgabenstellung mit Musterlösungen

Punkteverteilung

Aufgabe	Punkte	erreicht
1	8	
2	14	
3	18	
4	15	
5	16	
6	24	
Summe	95	

Aufg.1) Ein WLAN arbeitet bei einer Frequenz von 2.4 GHz. Berechnen Sie die Periodenzeit und die Wellenlänge.

Lösung:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.4 \cdot 10^9 s^{-1}} = \underline{0.417\,ns}$$
$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{2.4 \cdot 10^9 s^{-1}} = \underline{0.125\,m}$$

(Lichtgeschwindigkeit c leicht gerundet)

Aufg.2) Ein Mikrochip besteht aus 7 Millionen Feldeffekttransistoren mit je 0.15 fF und einem Netz von Leiterbahnen im Inneren des Chips. Bei einer Messung mit einer Betriebsspannung von 1.8V und einer Taktfrequenz von 900 MHz wird eine Verlustleistung von 15 W festgestellt.
a) Wie groß ist die Gesamtkapazität der Leiterbahnen?
b) Welche Verlustleistung würde man bei 900 MHz und 1.5V Betriebsspannung an dem gleichen Chip messen?

Lösung:
a) Die Kapazität der Feldeffekttransistoren ist:

$$C_F = 7 \cdot 10^6 \cdot 0.15 \cdot 10^{-15} F = 1.05 \cdot 10^{-9} F = 1.05\, nF$$

Wegen Parallelschaltung von Feldeffekttransistoren und Leitungen ist die Gesamtkapazität $C_G = C_F + C_L$*. Die gesamte Verlustleistung ist:*

$$P = C_G U^2 f = (C_F + C_L) U^2 f$$

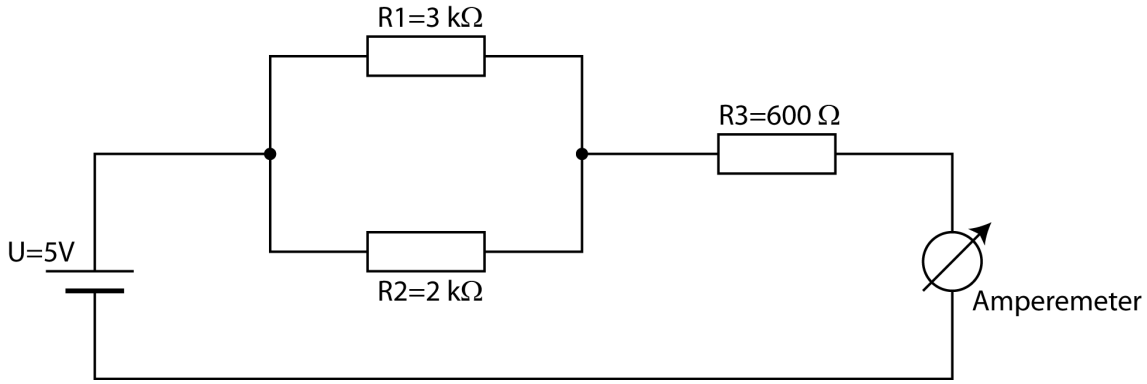
Daraus ergibt sich

$$C_L = \frac{P}{U^2 f} - C_F = \frac{15W}{1.8^2 V^2 \cdot 0.9 \cdot 10^9 1/s} - 1.05 \cdot 10^{-9} F = \underline{4.094\, nF}$$

b) Mit der neuen Betriebsspannung U_2 *ergibt sich:*

$$P = C_G U_2^2 f = 5.144 \cdot 10^{-9} As/V \cdot 1.5^2 V^2 \cdot 0.9 \cdot 10^9\, 1/s = \underline{10.42\, W}$$

Aufg.3) Berechnen Sie für den unten gezeichneten Stromkreis folgendes:
a) Wie groß ist der von dem Amperemeter angezeigte Strom I_G ?
b) Welche elektrische Leistung wird in Widerstand R_1 umgesetzt?



Lösung:
a) Für den Gesamtwiderstand und den Gesamtstrom gilt:

$$\begin{aligned} R_G &= \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} + R_3 = 1800\,\Omega \\ I_G &= \frac{U_G}{R_G} = \frac{5V}{1800\Omega} = \underline{2.77\,mA} \end{aligned}$$

b) Eine Masche durch R_1 ergibt:

$$\begin{aligned} U &= I_1 R_1 + I_G R_3 \\ I_1 &= \frac{U - I_G R_3}{R_1} = \frac{5V - 2.77 \cdot 10^{-3} A \cdot 600\Omega}{3000\Omega} = 1.111\,mA \end{aligned}$$

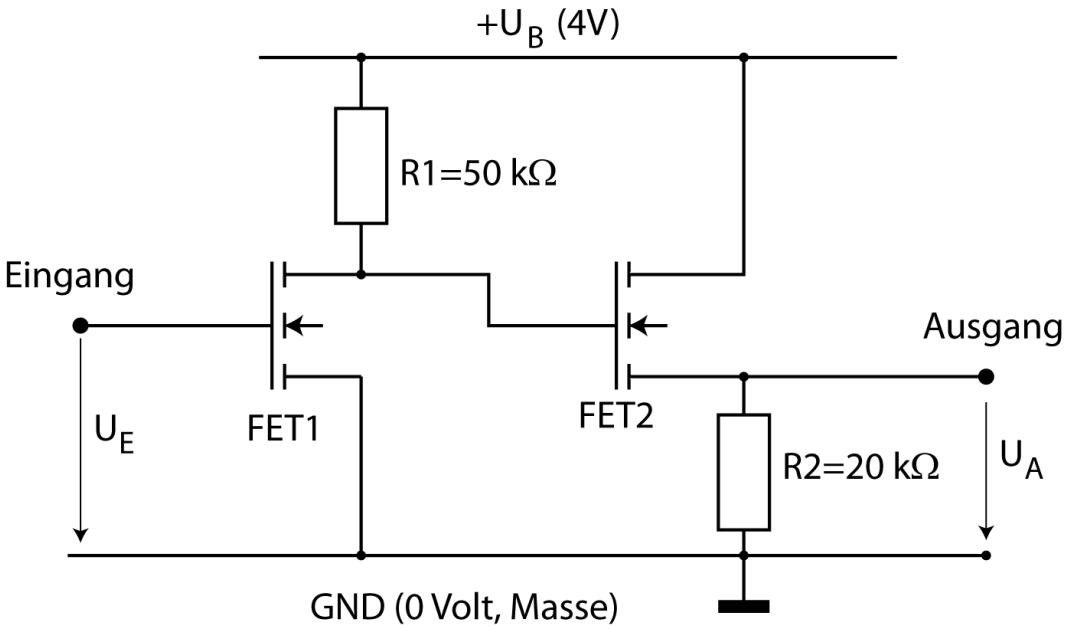
Daraus ergibt sich die gesuchte Leistung:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \underline{3.70\,mW}$$

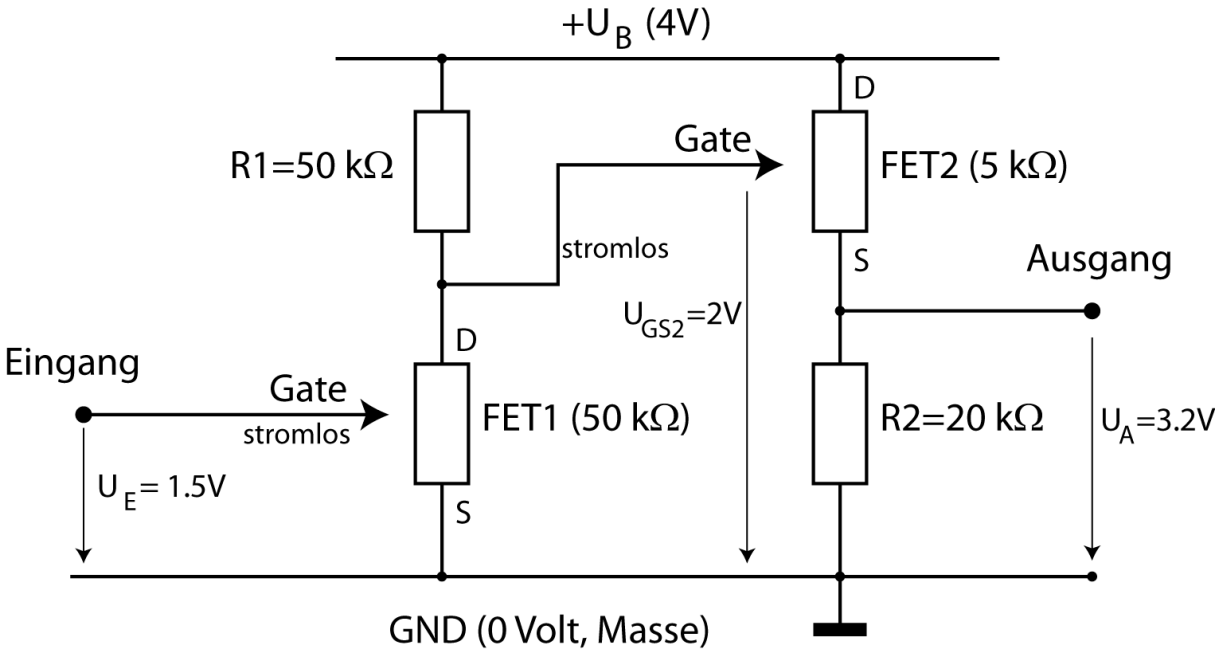
Aufg.4) In der unten abgebildeten Schaltung werden die Feldeffekttransistoren durch folgende Tabelle beschrieben:

U_{GS}	R_{DS}
0.5 V	5 $M\Omega$
1.0 V	500 $k\Omega$
1.5 V	50 $k\Omega$
2.0 V	5 $k\Omega$
3.0 V	2 $k\Omega$
4.0 V	500 Ω
5.0 V	300 Ω

Wie groß ist die Ausgangsspannung U_A in der folgenden Schaltung, wenn die Eingangsspannung $U_E = 1.5$V ist?



Lösung:
Man kann die Drain-Source-Strecken der FETs als steuerbare Widerstände betrachten. Die Gateleitung steuert nur diesen Widerstand, hat aber wegen der isolierenden Oxidschicht keine Verbindung zur Schaltung. Die Gateleitung bleibt deshalb stromlos und stellt keine Querverbindung zwischen den Spannungsteilern dar. Für die Berechnung bleiben also zwei einfache Spannungsteiler aus zwei Widerständen übrig, von denen jeweils einer variabel ist. Ein Ersatzschaltbild sieht also so aus:



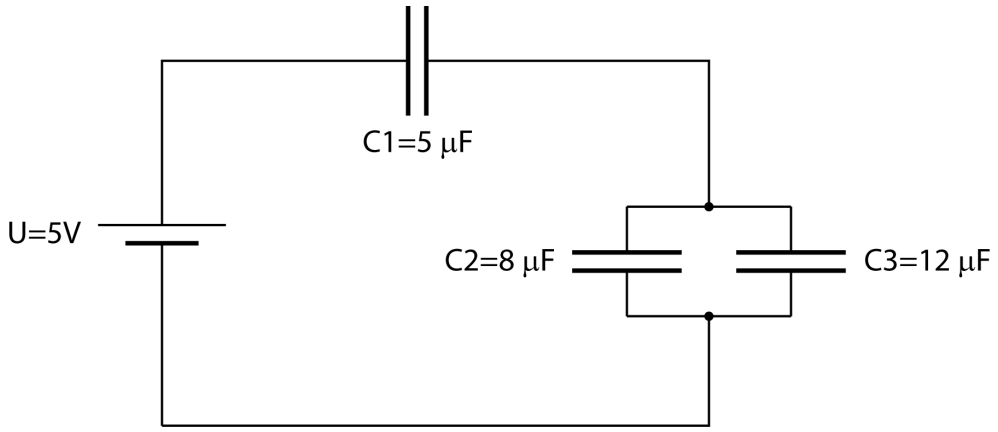
Der FET1 wird durch eine Gatespannung von 1.5V angesteuert; laut Tabelle ist $R_{DS1} = 50\,k\Omega$. *Daraus ergibt sich eine Teilspannung am linken Spannungsteiler, die als Steuerspannung* U_{GS2} *an den FET2 gelegt wird. Es ist:*

$$\begin{aligned} \frac{U_B}{U_{GS2}} &= \frac{R_G}{R_{DS}} = \frac{100\,k\Omega}{50\,k\Omega} = 2 \\ U_{GS2} &= \frac{1}{2}U_B = 2V \end{aligned}$$

FET2 wird also durch eine Gatespannung von 2V angesteuert, laut Tabelle ist dann $R_{DS2} = 5\,k\Omega$. *Aus dem zweiten Spannungsteiler ergibt sich:*

$$\begin{aligned} \frac{U_B}{U_A} &= \frac{R_G}{R} = \frac{25\,k\Omega}{20\,k\Omega} = \frac{5}{4} \\ U_A &= \frac{4}{5}U_B = \underline{3.2V} \end{aligned}$$

Aufg.5) Berechnen Sie für die abgebildete Schaltung
a) Die Gesamtkapazität der drei zusammengeschalteten Kondensatoren,
b) Die auf den Kondensatoren C_2 und C_3 jeweils gespeicherte Ladung.



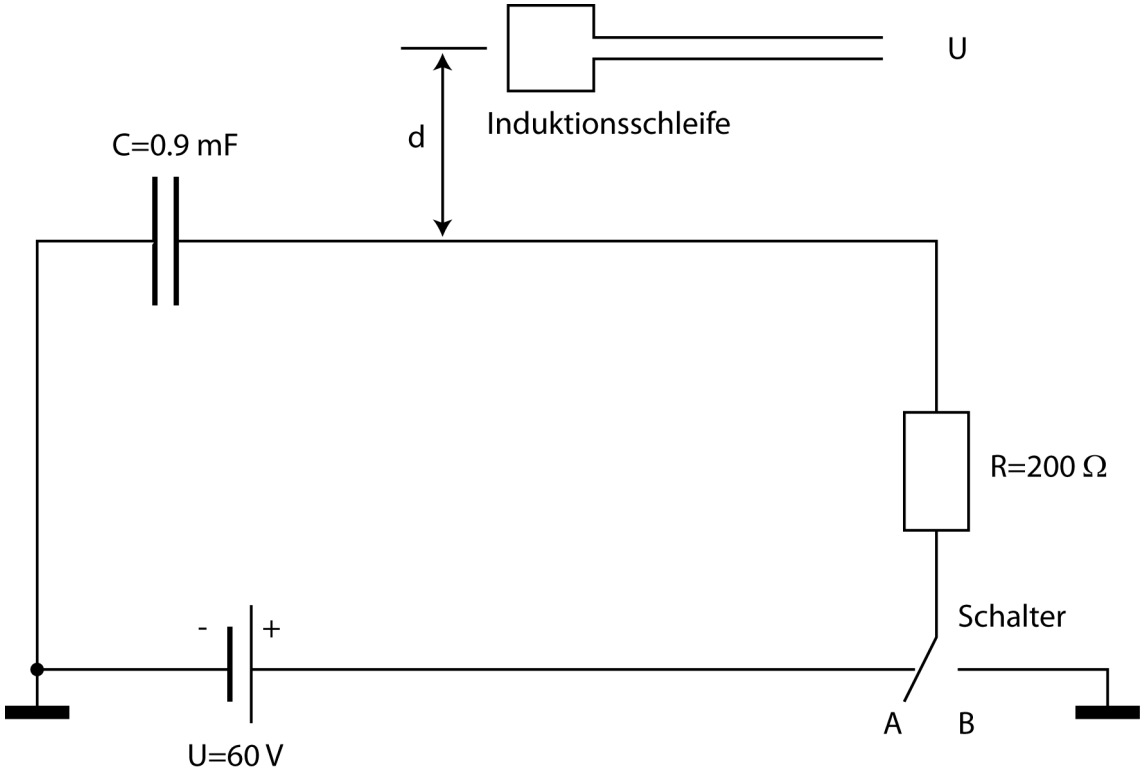
Lösung:
Teil a)

$$\begin{aligned} C_{23} &= C_2 + C_3 \\ C_G &= \frac{1}{1/C_1 + 1/C_{23}} = \underline{4\,\mu F} \end{aligned}$$

Teil b)

$$\begin{aligned} Q_G &= U_G C_G = 20\mu C \\ U_2 C_{23} &= Q_G \\ U_2 &= \frac{20\,muC}{20\,\mu F} = 1V \\ Q_2 &= U_2 C_2 = \underline{8\mu C} \\ Q_3 &= U_2 C_3 = \underline{12\mu C} \end{aligned}$$

Aufg.6) Ein Kondensator der Kapazität 0.9 mF ist durch eine Spannungsquelle von 60 V aufgeladen worden. Nun wird der Schalter von Position A auf Position B umgelegt. Der Kondensator kann sich nun über einen langen Draht und einen Widerstand R entladen. Im Abstand von $d = 10cm$ von diesem langen Draht befindet sich eine Leiterschleife (Induktionsschleife) mit einer Fläche von $20cm^2$.
a) Nach welcher Zeit ist die Spannung an dem Kondensator auf die Hälfte abgesunken?
b) Wird in der Leiterschleife eine Spannung induziert? Begründen Sie Ihre Aussage.
c) Skizzieren Sie qualitativ, wie die induzierte Spannung sich zeitlich ändert.
d) Wie groß ist der Maximalwert der Spannung? Wann tritt er auf?



Lösung:
Teil a) Aus der exponentiellen Abhängigkeit der Ladung von Zeit ergibt sich:

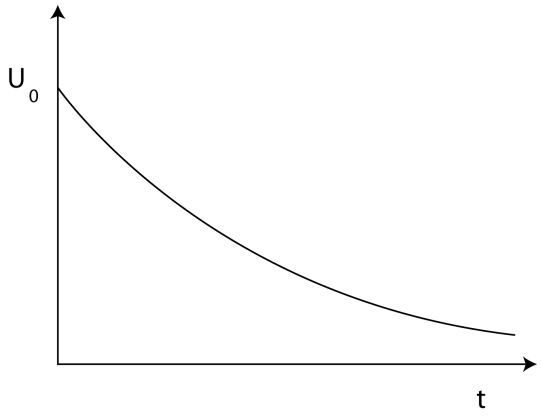
$$\begin{aligned} Q &= Q_0\, e^{-\frac{t}{RC}} = 0.5 Q_0 \\ t &= -RC\, ln(0.5) = \underline{0.125s} \end{aligned}$$

Teil b) Für den Strom gilt während der Entladung:

$$I = I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

Der Strom ist also nicht konstant sondern ändert sich. Damit ändert sich auch das Magnetfeld, das von dem langen geraden Leiter erzeugt wird und das die Induktionsschleife durchdringt. Deshalb muss nach dem Induktionsgesetz dort eine Spannung erzeugt werden.

Teil c)



Teil c) Das Magnetfeld eines geraden Leiters ist:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Wobei der Strom I wegen der Kondensatorentladung exponentiell abklingt:

$$I = I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

Der magnetische Fluss ist hier:

$$\Phi_m = AB\cos\alpha$$

Das Induktionsgesetz sagt aus:

$$U_0 = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Einsetzen aller Gleichungen und Vorziehen der Konstanten vor die Ableitung ergibt:

$$U_0 = -\frac{\mu_0 A I_0 \cos\alpha}{2\pi d}\frac{d(e^{-\frac{t}{RC}})}{dt}$$

Die Ableitung der e-Funktion ergibt wieder die e-Funktion mal der inneren Ableitung:

$$U_0 = \frac{\mu_0 A I_0 \cos\alpha}{2\pi d R C} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Diese Größe ist maximal bei $t = 0$*, dann ergibt sich mit* $I_0 = U_0/R$ *und* $\alpha = 0$*:*

$$U_{max} = \frac{\mu_0 A U_0}{2\pi d R^2 C} = \underline{6.66 \cdot 10^{-7} V}$$