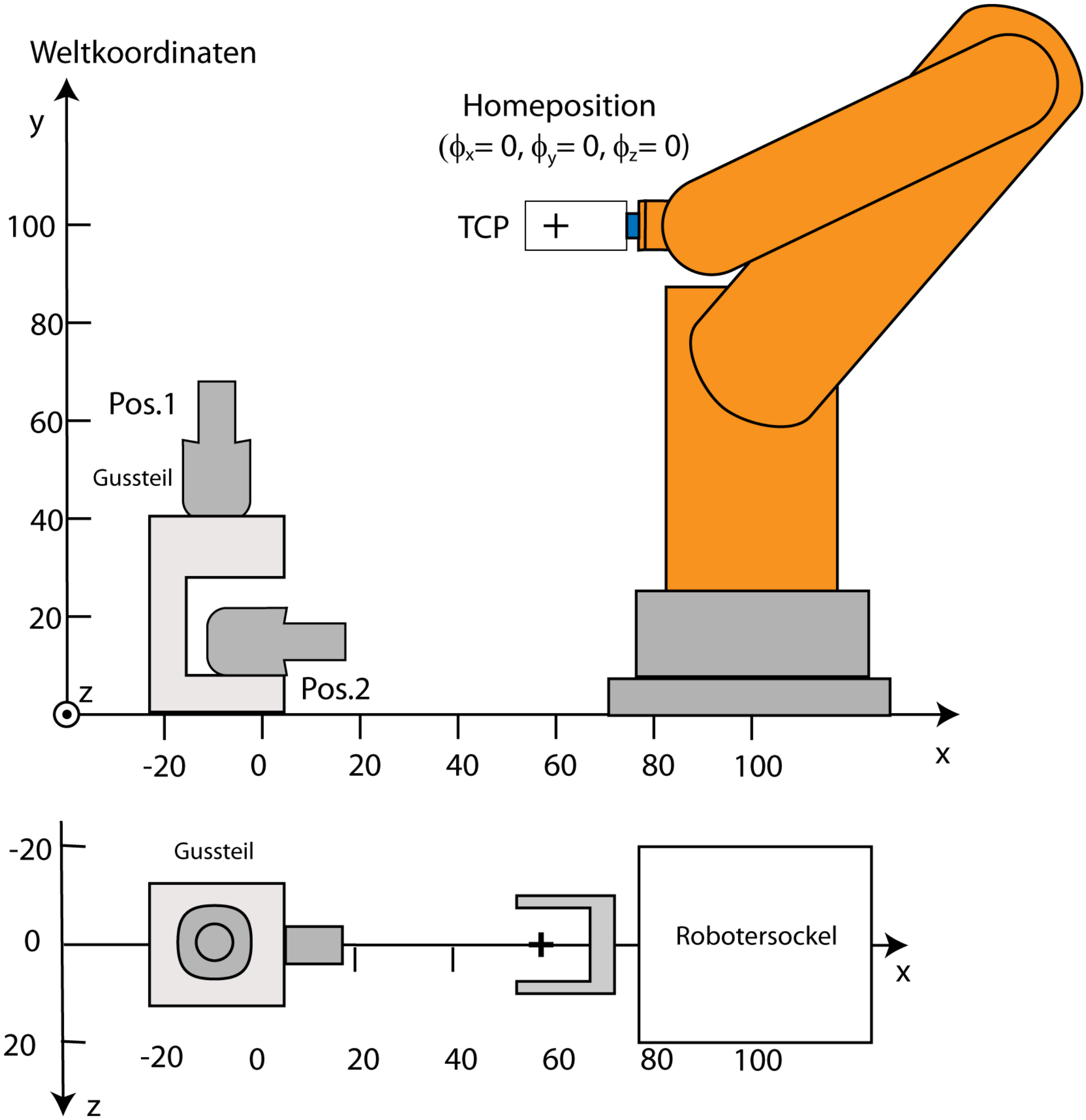
Prof. Dr. K. Wüst
Fachbereich MNI

SS 2014
THM

Klausur Grundlagen der Robotik am 30.9.2014

Nachname:	
Vorname:	
Studiengang:	Matrikelnummer:

Aufgabe	Punkte	erreicht
1	25	
2	25	
3	15	
4	25	
Summe	90	



Aufg.1) In der oben abgebildeten Arbeitszelle soll ein Handling-Roboter ein Gussteil an der oberen Position (Pos.1) greifen und an der unteren Position (Pos.2) in das Regal legen. Gussteil und Roboter haben ihren Mittelpunkt bei $z = 0$.

a)Schreiben Sie ein Roboterprogramm für diesen Vorgang wahlweise in RAPID oder einer Pseudosprache. Geben Sie zu allen Befehlen und zu allen Punkten alle notwendigen Parameter an. Bei Bewegungsbefehlen zählt dazu auch die Orientierung. Die Punkte können auch in einer separaten Punktliste beschrieben werden.

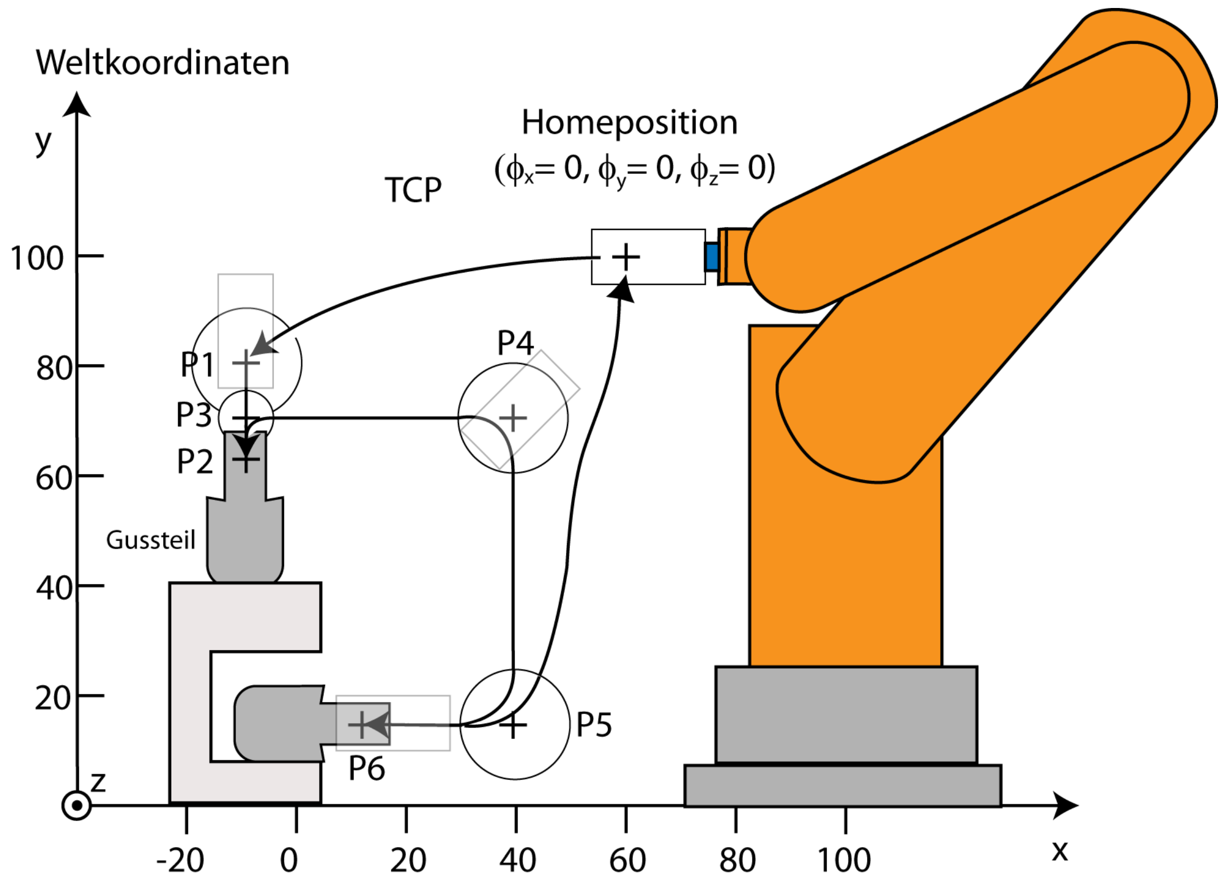
b) Zeichnen Sie die Bahn des TCP und alle notwendigen Teachpunkte in der Abbildung oben ein.

Lösung: a)

Punkt	x	y	ϕ_z
P1	-10	80	90
P2	-10	62	90
P3	-10	70	90
P4	40	70	45
P5	40	15	0
P6	10	15	0
$z = \phi_x = \phi_y = 0$ immer			

```
Greifer_auf;  // zur Sicherheit
MoveJ P1,vmax, z10
MoveL P2, v20, fine
Greifer_zu;
MoveL P3, v10, z5
MoveL P4, v30, z10
MoveL P5, v30, z10
MoveL P6, v10, fine
Greifer_auf;
MoveL P5,v10, z10
MoveJ HOME,vmax,fine
```

b)



Aufg.2) Ein Koordinatensystem K_E (Effektorkoordinaten) entsteht aus dem Koordinatensystem K_B (Sockel) durch folgende Transformationen (in dieser Reihenfolge):

1. Eine Rotation um die z-Achse um -90^o
2. Eine Translation um den Vektor (100,20,-50)

a) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix, die beide Transformationen enthält.

b) Rechnen Sie den Punkt $P_1 = {}^E\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Basiskoordinaten um.

c) Geben Sie die Transformationsmatrix an, die das Koordinatensystem K_E wieder zurück überführt in das Koordinatensystem K_B.

d) Rechnen Sie den Punkt $P_2 = {}^B\begin{pmatrix} 110 \\ 20 \\ -30 \\ 1 \end{pmatrix}$ in Effektorkoordinaten um.

Lösung:

a)

$$^BT_E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & -50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 100 \\ -1 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & -50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

b)

$$^BP_1 = {}^BT_E\, {}^EP_1 = \begin{pmatrix} 101 \\ 18 \\ -47 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

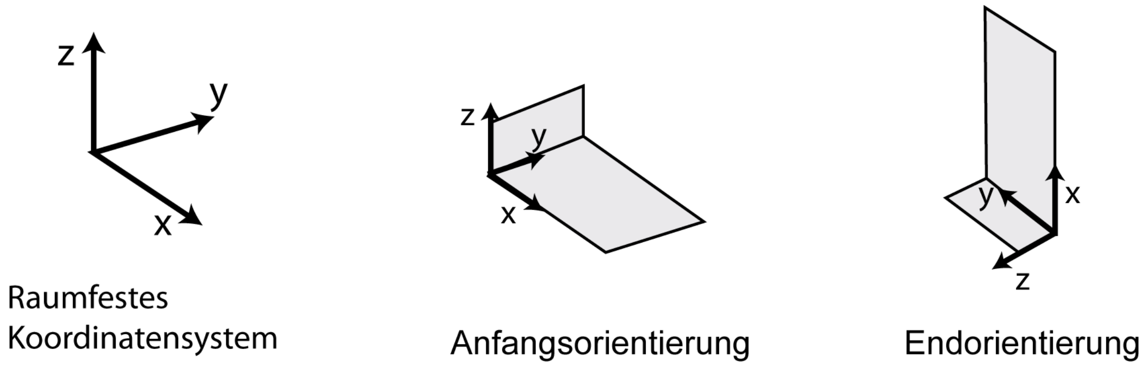
c)

$$^ET_B = ({}^BT_E)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 20 \\ 1 & 0 & 0 & -100 \\ 0 & 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

d)

$$^EP_2 = {}^ET_B\, {}^BP_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Aufg.3)



Geben Sie die Drehwinkel für den abgebildeten Gegenstand (Metall-Winkel) in der Endorientierung (rechts) in den folgenden Darstellungen an:

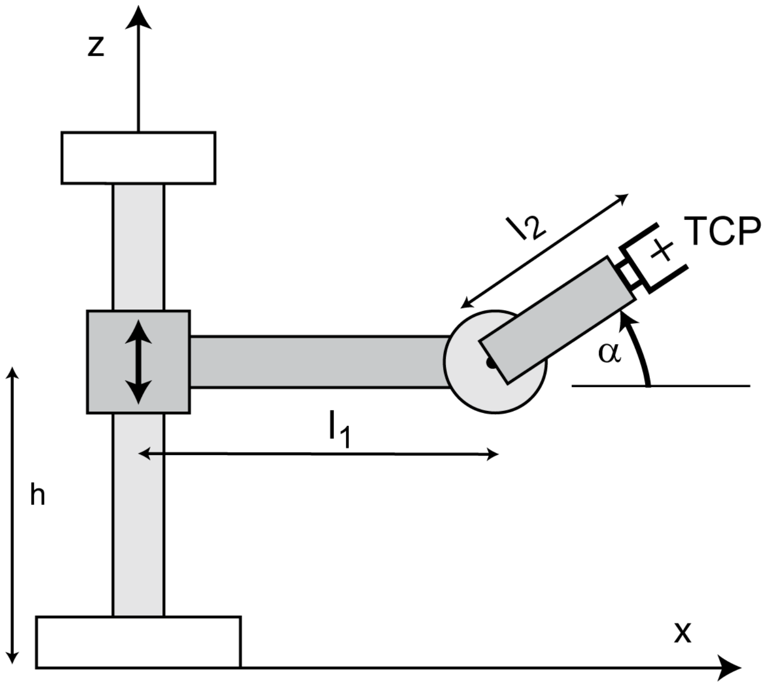
a) Raumfeste Drehwinkel: $\phi_x = 0, \phi_y = -90, \phi_z = 90$

b) ZYX-Euler-Winkel: $\alpha_z = 90, \alpha_y = -90, \alpha_x = 0$

c) ZYZ-Euler-Winkel: $\alpha_z = 90, \alpha_y = -90, \alpha_x = 0$

Es sind auch andere Lösungen möglich!

Aufg.4)



Bei dem dargestellten Roboter kennzeichnen dicke Pfeile die Bewegung von Maschinenachsen. Beantworten Sie für diesen Roboter folgende Fragen/Aufgaben:

a) Kennzeichnen Sie mit einem Eintrag auf der Zeichung die Armteile (AT0, AT1 usw.).

b) Skizzieren Sie qualitativ (nicht maßstabsgetreu) den Arbeitsraum und den Kollisionsraum.

c) Geben Sie in einer kleinen *aber vollständigen* Tabelle die kartesischen Koordinaten und die Gelenkkordinaten (Achskoordinaten) an. Machen Sie dabei deutlich, welche Einschränkungen bestehen.

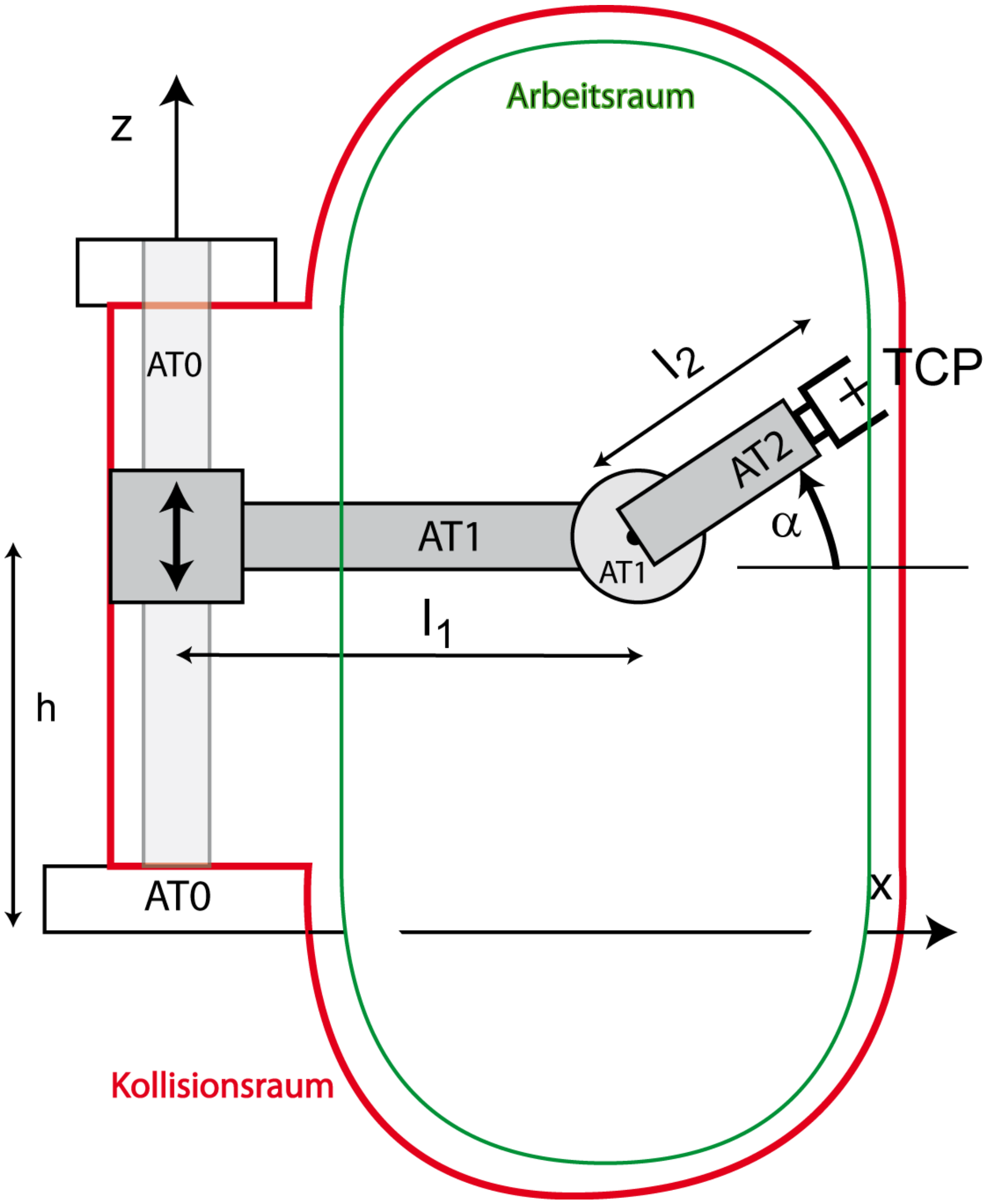
d) Geben Sie die Gleichungen für die kinematische Vorwärtstransformation an.

e) Wo befindet sich der TCP, wenn $l_1 = 0.6m, l_2 = 0.4m$, $h = 0.5m$ und $\alpha = 90^o$ ist.

f) Wie lautet der Geschwindigkeitsvektor des TCP wenn in der unter e) genannten Position die Linearachse mit 1.5 m/s läuft und die Drehachse mit 2.0 1/s.

g) (Bonusfrage) Hat der dargestellte Roboter Singularitäten? Wenn ja, wo liegen diese? Begründen Sie Ihre Aussage entweder mathematisch oder argumentativ.

Zu a) und b):



c) <u>Kartesische Koordinaten</u>

$x, y, z, \phi_x, \phi_y, \phi_z$

Einschränkungen:

z, ϕ_x, ϕ_z sind immer =0

ϕ_y nicht frei wählbar, abhängig von Position des TCP, (genauer: von α)

<u>Maschinenkoordinaten (Achskoordinaten)</u>

h, α

d) Die Gleichungen für die Vorwärtstransformation sind

$$
\begin{aligned}
x &= l_1 + l_2 \cos\alpha \\
z &= h + l_2 \sin\alpha \\
\phi_y &= -\alpha
\end{aligned}
$$

e) In dieser Stellung ist

$$\begin{aligned} x &= 0.6m + 0.4m\cos(90) = 0.6m \\ z &= 0.5m + 0.4m\sin(90) = 0.9m \\ \phi_y &= -\alpha \end{aligned}$$

f)

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit braucht man die Jacobi-Matrix, und deren Elemente sind die partiellen Ableitungen der kartesischen Koordinaten nach den Maschinenkoordinaten. Es ist $x = f_1(h,\alpha) = l_1 + l_2\cos\alpha$ und $z = f_2(h,\alpha) = h + l_2\sin\alpha$. Damit ergeben sich die partiellen Ableitungen zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial x}{\partial h} = 0 \\ \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} &= \frac{\partial x}{\partial \alpha} = -l_2\sin\alpha \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial z}{\partial h} = 1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} &= \frac{\partial z}{\partial \alpha} = l_2\cos\alpha \end{aligned}$$

Die Jacobi-Matrix ist hier wegen der zwei Freiheitsgrade nur eine 2 x 2 - Matrix:

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -l_2\sin\alpha \\ 1 & l_2\cos\alpha \end{pmatrix}$$

Die partiellen Ableitungen der Maschinenachsen sind die Laufgeschwindigkeiten der Gelenke: $\frac{dh}{dt} = 1.5\,m/s$ und $\frac{d\alpha}{dt} = 2.0\,1/s$ Die Geschwindigkeit wird berechnet mit

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = J\dot{\vec{\theta}} = \begin{pmatrix} 0 & -l_2\sin\alpha \\ 1 & l_2\cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{dh}{dt} \\ \frac{d\alpha}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.4m \cdot 2.0\,1/s \\ 1.5m/s + 0 \cdot 2.0\,1/s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.8\,m/s \\ 1.5\,m/s \end{pmatrix}$$

g) Eine Singularität ist erreicht, wenn eine Geschwindigkeitskomponente 0 wird, obwohl die Gelenke sich bewegen. Das kann nur der Fall sein, wenn in eine bestimmten Stellung des Roboters in der Jacobi-Matrix alle Elemente einer Zeile gleich Null sind. In der oben stehenden Jacobi-Matrix (Teil f)) kann das nur bei der ersten Zeile eintreten, und zwar dann, wenn der zweite Term 0 ist. Das ist der Fall bei $\sin\alpha = 0$ also $\alpha = 0^o$ und $\alpha = 180^o$. ($\alpha = 360^o$ Grad entspricht $\alpha = 0^o$)

Wenn man mit dem Arbeitsraum vergleicht, sieht man, das beides Randsingularitäten sind: Bei $\alpha = 0$ ist der TCP am äußeren Rand und bei $\alpha = 180$ am inneren Rand. in beiden Fällen ist der Freiheitsgrad in x-Richtung verloren gegangen.